Università di Foggia

Freie Universität Bozen
Libera Università di Bolzano
Università Liedia de Bulsan

Corso di Dottorato in
Learning Sciences and Digital Technologies
XXXVIII ciclo

La difficoltà percepita di quesiti matematici: analisi della prospettiva degli studenti

Tutor
Prof. Giorgio Bolondi

Dottoranda
Bianca Nicchiotti

Co-tutor
Dott.ssa Camilla Spagnolo

Anno Accademico 2024/2025

Abstract

La matematica è frequentemente percepita come una disciplina complessa, tuttavia, sebbene le difficoltà legate alla matematica siano state ampiamente investigate in letteratura, la percezione soggettiva della difficoltà dei quesiti matematici risulta ancora poco approfondita e priva di una definizione teorica condivisa. La possibile discrepanza tra difficoltà percepita e difficoltà oggettiva si evidenzia in numerosi contesti didattici e suggerisce che spesso, nelle situazioni didattiche reali, la difficoltà oggettiva non sia sufficiente a spiegare il modo in cui gli studenti approcciano i quesiti matematici e i risultati che ottengono. La presente ricerca si propone di approfondire il tema della difficoltà percepita rispetto a quesiti matematici adottando un disegno *mixed methods*, al fine di coglierne la natura multidimensionale e fortemente soggettiva, e mira a puntualizzare alcune caratteristiche della difficoltà percepita, anche in relazione alla difficoltà oggettiva dei quesiti. In particolare, l'indagine si è concentrata su quesiti di ambito geometrico per analizzare tre aspetti principali, ovvero l'allineamento tra difficoltà oggettiva e difficoltà percepita dagli studenti, il peso relativo delle macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita e le eventuali differenze di genere riscontrabili in relazione ad essa.

La fase qualitativa, condotta su dati provenienti da studi precedenti, ha consentito di costruire il questionario successivamente utilizzato nella somministrazione di pre-test e nella somministrazione estesa. L'analisi quantitativa dei dati raccolti ha permesso di esplorare sistematicamente la difficoltà percepita, concludendo che in generale vi è accordo tra la difficoltà oggettiva e la difficoltà percepita dagli studenti rispetto a quesiti difficili, sebbene quest'ultima venga spesso sottostimata. Inoltre, l'analisi del peso delle diverse macrocategorie di fattori ha evidenziato che esse incidono in modo differente sulla difficoltà percepita. In particolare, la macrocategoria Considerazioni personali risulta la più influente, seguita da Capacità ed esperienze ed Emozioni, che mostrano un peso simile, mentre la

Formulazione del quesito appare avere un peso minore. È inoltre emerso che, seppur in misura limitata, il contributo delle macrocategorie varia anche in funzione del quesito considerato. Per quanto riguarda le differenze di genere, i risultati indicano che non vi sono differenze statisticamente significative nella difficoltà percepita da studenti e studentesse; tuttavia, emergono differenze significative nelle macrocategorie di fattori che la influenzano e, più precisamente, nell'intensità del loro effetto. Infatti, sia per gli studenti che per le studentesse, le macrocategorie che influenzano in misura maggiore e minore la difficoltà percepita (rispettivamente Considerazioni personali e Formulazione del quesito) risultano le stesse, ma l'effetto dei fattori è leggermente ma significativamente maggiore per le studentesse.

Sommario

Introduzione 9

Capitolo I 12

Inquadramento del problema di ricerca 12

1.1 Difficoltà di un quesito matematico 12

1.2 Difficoltà e difficoltà percepita 13

1.3 Literature review: la difficoltà percepita in diversi ambiti di ricerca, definizioni e costrutti 15

1.3.1 Psicologia cognitiva e sociale 15

1.3.2 Il *feeling of difficulty* 18

1.3.3 Didattica della matematica 20

1.3.4 Una prima definizione operativa per la didattica della matematica 23

1.3.5 Jingle-jangle fallacy 25

1.4 Due possibili punti di vista 27

1.4.1 La prospettiva degli insegnanti 27

1.4.2 La prospettiva degli studenti 30

Capitolo II 32

Quadro teorico di riferimento 32

2.1 Definizione di difficoltà oggettiva di un quesito matematico 32

2.1.1 La difficoltà di un quesito secondo la CTT 32

2.1.2 La definizione di difficoltà di un quesito utilizzata da INVALSI 34

2.1.3 Quesiti difficili 37

2.2 Definizione operativa di difficoltà percepita di un quesito matematico: le macrocategorie di fattori 38
2.2.1 Strategie risolutive 40
2.2.2 Capacità ed esperienze 41
2.2.3 Emozioni 43
2.2.4 Formulazione del quesito 43
2.2.5 Considerazioni personali 44
2.3 Questione di genere e gender gap in matematica 45
2.3.1 Il gender gap nei risultati OCSE PISA 46
2.3.2 Il gender gap nei risultati IEA TIMSS 49
2.3.3 Il gender gap in matematica in Italia: i risultati INVALSI 52
2.3.4 Cause del gender gap in matematica 54
2.4 Domande di ricerca 55
Capitolo III 59
Metodi 59
3.1 Disegno della ricerca 59
3.1.1 Ricerca *mixed methods*: definizione e caratteristiche 60
3.1.2 Ricerca *mixed methods* di tipo sequenziale esplorativo 63
3.2 Struttura e metodi della ricerca 65
Capitolo IV 68
Fase qualitativa 68
4.1 Dati raccolti negli studi esplorativi precedenti 68
4.1.1 Analisi testuale e ridefinizione delle sottocategorie 71
4.2 Costruzione del questionario 76
4.2.1 Questionario generale sul rapporto con la matematica 77

4.2.2 Questionario specifico sulla difficoltà percepita 85
4.2.3 Scelta dei quesiti INVALSI 95
4.2.4 Struttura del questionario nelle due versioni..... 110
Capitolo V 112
Fase quantitativa – Pre-test 112
5.1 Individuazione del campione e somministrazione 112
5.2 Analisi dei dati 114
5.2.1 Analisi del questionario sul rapporto con la matematica 114
5.2.2 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 1.....114
5.2.3 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 2 120
5.2.4 Discussione 124
Capitolo VI..... 129
Fase quantitativa – Somministrazione estesa 129
6.1 Individuazione del campione e somministrazione..... 129
6.2 Analisi del questionario sul rapporto con la matematica e ultimi step della validazione cross-culturale.....131
6.2.1 Affidabilità 131
6.2.2 Analisi fattoriale confermativa 135
6.3 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 1 141
6.3.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance. 141
6.3.2 Affidabilità 145
6.3.3 Analisi fattoriale confermativa 147

6.3.4 Medie di scala.....151
6.4 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 2 153
6.4.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance. 153
6.4.2 Affidabilità 157
6.4.3 Analisi fattoriale confermativa 158
6.4.4 Medie di scala.....161
6.5 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 3 163
6.5.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance. 163
6.5.2 Affidabilità 167
6.5.3 Analisi fattoriale confermativa 169
6.5.4 Medie di scala..... 173
6.6 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 4 175
6.6.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance. 175
6.6.2 Affidabilità 179
6.6.3 Analisi fattoriale confermativa 181
6.6.4 Medie di scala..... 184
6.7 Discussione..... 186
6.7.1 Difficoltà percepita e difficoltà oggettiva dei quesiti... 186
6.7.2 Peso delle diverse macrocategorie..... 188
6.7.3 Somiglianze e differenze nella difficoltà percepita da studenti e studentesse..... 195

6.7.4 Difficoltà percepita e rapporto con la matematica 199
6.7.5 Profilo dello studente 201
Capitolo VII 205
Risposta alle domande di ricerca 205
7.1 Risposta alla DdR1 205
7.2 Risposta alla DdR2 206
7.3 Risposta alla DdR3 206
Capitolo VIII 208
Limitazioni, prospettive future e conclusioni 208
Bibliografia 212
Appendice A 228
Appendice B 237
Appendice C 252
Appendice D 257
Appendice E 263
Appendice F 275

Introduzione

La matematica è frequentemente vissuta come una materia complessa e la capacità di risolvere problemi è una competenza chiave, il cui sviluppo è condizionato da numerosi fattori di natura cognitiva, emotiva e contestuale. Il tema delle difficoltà in matematica è stato ampiamente discusso in letteratura, tuttavia, la percezione di suddetta difficoltà non è stata ugualmente approfondita. La possibile discrepanza tra difficoltà percepita e difficoltà oggettiva si evidenzia in numerosi contesti didattici e suggerisce che spesso, nelle situazioni didattiche reali, la difficoltà oggettiva non sia sufficiente a spiegare il modo in cui gli studenti approcciano i quesiti matematici e i risultati che ottengono. Essendo la difficoltà percepita legata ad aspetti fortemente soggettivi, la presente ricerca si propone di approfondire il tema adottando un disegno *mixed methods* adatto per coglierli. In particolare, la ricerca in oggetto si pone come complementare agli studi qualitativi esplorativi già svolti sul tema, con l'obiettivo di puntualizzare alcune delle caratteristiche della difficoltà percepita, anche in relazione alla difficoltà oggettiva.

Nel Capitolo I il problema di ricerca viene inquadrato nel contesto della didattica della matematica e si mostra che attualmente non esiste una definizione teorica univoca e condivisa di difficoltà percepita di un quesito matematico, bensì solo una definizione operativa che necessita di essere approfondita. Viene inoltre analizzata la letteratura relativa alla percezione di difficoltà, evidenziando le contraddizioni e le debolezze derivanti dall'assenza di suddetta definizione e dall'uso occasionalmente improprio delle espressioni riferibili alla difficoltà percepita.

Nel Capitolo II viene descritto il quadro teorico di riferimento, composto principalmente dalla definizione di difficoltà oggettiva di un quesito e dalla definizione operativa di difficoltà percepita. Vengono inoltre approfonditi i fattori che influenzano la difficoltà percepita e la loro struttura teorica. Infine, si inserisce nel quadro teorico anche la questione di genere e il gender gap in matematica, delineando contesto e terminologia

necessari per formulare, al termine del capitolo, le tre domande di ricerca alle quali si vuole rispondere.

Nel Capitolo III si descrivono i metodi adottati, chiarendo inizialmente il disegno *mixed methods* scelto per condurre la ricerca e le motivazioni della scelta, le caratteristiche principali del disegno scelto e il modo in cui esse sono state adattate alla ricerca in questione. Successivamente, vengono presentati dettagliatamente struttura e metodi della ricerca, prestando particolare attenzione alla suddivisione in fasi (qualitativa e quantitativa) e ai metodi specifici di analisi adottati in ognuna.

Il Capitolo IV tratta la fase qualitativa svolta per prima, chiarisce l'analisi condotta sui dati qualitativi raccolti in studi precedenti e il modo in cui essi sono stati usati nella costruzione del questionario quantitativo adoperato nella seconda fase della ricerca. Al termine del capitolo viene descritta la struttura del questionario costruito, distinguendo la versione somministrata durante il pre-test e durante la somministrazione estesa.

Il Capitolo V descrive la prima parte della fase quantitativa, ovvero la somministrazione del questionario nella versione di pre-test. Nel capitolo viene spiegato come è stato selezionato il campione e come si è svolta la somministrazione e, successivamente, vengono analizzati i dati secondo gli obiettivi precedentemente chiariti. L'ultima parte del capitolo è dedicata alla discussione dei risultati ottenuti e alla preparazione della somministrazione estesa.

Nel Capitolo VI viene descritta la seconda parte della fase quantitativa, ovvero la somministrazione estesa del questionario costruito. Anche in questo caso viene spiegata la selezione del campione e le modalità di somministrazione, per poi passare all'analisi dei dati raccolti. L'analisi è suddivisa in due sezioni, la prima dedicata alla parte di questionario generale sul rapporto con la matematica, mentre la seconda al questionario specifico sulla difficoltà percepita, analizzato separatamente per ciascun quesito somministrato. L'ultima parte del capitolo è dedicata alla

discussione dei risultati e alla costruzione delle risposte alle domande di ricerca.

Il Capitolo VII è interamente dedicato alla risposta alle domande di ricerca; in esso, i risultati emersi dall'analisi e discussi vengono rielaborati criticamente per fornire una risposta puntuale a ciascuna di esse.

Infine, il Capitolo VIII presenta le limitazioni della ricerca, nonché le prospettive future e le conclusioni della trattazione.

Capitolo I

Inquadramento del problema di ricerca

Nel presente capitolo si descrive il problema di ricerca, situandolo in particolare nell'ambito della didattica della matematica. Tale inquadramento risulta fondamentale per introdurre i concetti di difficoltà e difficoltà percepita, dettagliatamente descritti nel Capitolo II, evidenziando il legame esistente tra questi. La literature review seguente esamina lo stato attuale della ricerca sul tema in diversi settori, mirando a cogliere appieno le varie prospettive dalle quali il tema è stato analizzato. Da essa emerge non solo l'interesse riservato dalla comunità scientifica ai temi in esame, ma anche l'esistenza di un gap nella ricerca relativa alla difficoltà percepita, nel quale il presente lavoro intende collocarsi.

1.1 Difficoltà di un quesito matematico

Le difficoltà incontrate dagli studenti nell'apprendimento della matematica e nella risoluzione di problemi sono state ampiamente approfondite nell'ambito della ricerca in didattica della matematica. La difficoltà di un quesito matematico, in particolare, nella teoria classica dei test (CTT), viene solitamente calcolata in seguito alla somministrazione dello stesso, facendo riferimento alla proporzione di rispondenti che forniscono una risposta corretta (Crocker & Algina, 1986). A livello concettuale, essa risulta caratterizzata da diverse sfaccettature e può essere descritta come un fenomeno multidimensionale, in quanto riconducibile a varie cause e all'interazione fra esse.

Un fattore di particolare rilevanza è il contenuto matematico del quesito: alcune branche della matematica, come la geometria o l'algebra, risultano più difficili di altre per gli studenti (Facciaroni et al., 2023; Jupri et al., 2014). Analogamente, alcuni argomenti o procedure causano maggiori difficoltà (Radmehr & Drake, 2017; Thevenot & Oakhill, 2005), e suddette difficoltà talvolta permangono all'interno di un intero ciclo scolastico, indipendentemente dal grado. In altre parole, vi sono alcuni

argomenti che risultano difficili, ed esempio, durante tutto il primo ciclo di istruzione (Van Steenbrugge et al., 2010).

Un altro fattore che influenza la difficoltà di un quesito matematico è la formulazione dello stesso. Il modo in cui esso viene presentato, il linguaggio utilizzato, la struttura sintattica, la contestualizzazione, il tipo e la quantità di dati forniti sono variabili che assumono un ruolo importante nella determinazione della difficoltà di un problema (Bolondi et al., 2018).

Altri elementi cruciali sono poi quelli non legati strettamente al quesito, bensì allo studente che lo affronta. Tra questi è necessario menzionare le abilità e competenze degli studenti e in particolare la comprensione del quesito, dei suoi elementi sia testuali che non (Casalvieri et al., 2023; Vicente et al., 2007). Infatti, la corretta decodifica linguistica e conseguentemente la comprensione del quesito proposto, sono condizioni necessarie e preliminari per poter attivare efficacemente le competenze matematiche necessarie per la risoluzione.

Infine, soprattutto negli ultimi decenni, l'importanza dei fattori affettivi in tale contesto è stata approfondita. Aspetti quali l'atteggiamento verso la matematica, la motivazione, l'ansia, il senso di autoefficacia sono fattori importanti nel processo di *problem solving* (Zan et al., 2006). Ad essi, si aggiungono le emozioni che spesso scaturiscono da questa particolare attività e che inevitabilmente la influenzano (Hannula, 2015; McLeod, 1988).

1.2 Difficoltà e difficoltà percepita

Nonostante la rilevanza crescente attribuita ai fattori che influenzano la difficoltà di un quesito, la dimensione della percezione di tali difficoltà da parte dei diversi soggetti ha ricevuto un'attenzione marginale nella letteratura scientifica del settore. Tale percezione, che da questo momento in avanti chiameremo *difficoltà percepita*, condiziona l'atteggiamento degli studenti rispetto al quesito proposto; essa influenza in modo sostanziale i processi cognitivi che vengono attuati e incide sulle strategie risolutive che

vengono adottate, nonché sull'*expectancy of success*, espressione traducibile come "aspettativa di successo" degli studenti (Eccles & Wigfield, 2020). Più precisamente, una elevata difficoltà percepita rispetto ad un quesito ha spesso come conseguenza una minore capacità di risolverlo correttamente (Doz et al., 2023). La *difficoltà percepita*, quindi, non rappresenta un mero riflesso della difficoltà oggettiva di un quesito o di un'attività in generale, sebbene sia strettamente collegata ad essa.

In questo contesto, è necessario esplicitare la distinzione tra difficoltà assoluta o oggettiva e difficoltà percepita, che rappresentano due aspetti differenti ma connessi. La difficoltà assoluta, infatti, non è sempre sufficiente per spiegare il modo in cui studenti o insegnanti si approcciano al quesito e, nel caso degli studenti, anche l'esito che ne consegue o, in altri termini, il fatto che riescano a risolverlo correttamente o meno. Le caratteristiche del quesito possono influenzare l'idea che studenti e insegnanti si fanno di esso, con un impatto diretto sulla difficoltà percepita (Saccoletto & Spagnolo, 2022). Inoltre, la difficoltà assoluta non sempre rappresenta fedelmente il reale grado di difficoltà cognitiva insito in un quesito; di conseguenza, in alcune situazioni, può essere utile considerare anche la difficoltà percepita, in quanto completamento del quadro parziale esaminato. Risulta infatti spesso più funzionale considerare la difficoltà percepita di un quesito rispetto alla difficoltà assoluta, in quanto la prima mostra una correlazione più elevata con l'effettivo livello di sfida vissuto dagli studenti (Lee & Hayworth, 2000). Tali considerazioni evidenziano chiaramente il legame tra difficoltà assoluta e difficoltà percepita, sebbene la prospettiva finora presa in considerazione sia comunque limitata ai soli aspetti cognitivi e quindi ulteriormente ampliabile, considerando anche fattori emotivi, motivazionali e contestuali.

1.3 Literature review: la difficoltà percepita in diversi ambiti di ricerca, definizioni e costrutti

1.3.1 Psicologia cognitiva e sociale

La percezione di difficoltà è stata approfondita dal punto di vista della psicologia, in particolare nelle branche della psicologia cognitiva e sociale. Nel resto del paragrafo e nel successivo, il termine "task" utilizzato dagli autori verrà tradotto con "attività", per rendere maggiormente chiara l'accezione generale e non strettamente legata alla matematica.

Heider (1958), descrivendo e analizzando la psicologia delle relazioni interpersonali, dedica un intero capitolo all'analisi dell'azione, concentrandosi sugli elementi di base che costituiscono una sequenza di azione. In questo ambito, si inserisce la difficoltà di un'attività o, in questo caso specifico, di un'azione. La difficoltà viene descritta in modo discorsivo e facendo ricorso principalmente ad esempi: un'attività in cui quasi chiunque riesce viene descritta come facile, la responsabilità del successo non è tanto nella persona quanto nell'attività stessa. Inoltre, spesso il fattore discriminante tra un'attività facile e una difficile è lo sforzo necessario per completarla con successo, una caratteristica fortemente dipendente dalla persona coinvolta. In altre parole

"[…] se mi rendo conto di poter fare qualcosa con poco sforzo, probabilmente giudicherò quell'attività facile, a meno che io non pensi di avere un'abilità speciale. Se l'attività richiede notevole impegno, allora la giudicherò difficile." (Heiner, 1958, p. 90, libera traduzione dell'autrice).

Appare evidente che, quella definita come difficoltà, è nei fatti una difficoltà percepita, in quanto mediata dalla percezione personale e quindi soggettiva. La difficoltà di un'attività, secondo questa definizione, è legata in modo indissolubile alla persona che la deve svolgere e, inevitabilmente, alle sue opinioni e certezze.

Suddetta definizione viene successivamente ripresa da Kukla (1972) che descrive l'effetto che diverse variabili, tra cui la difficoltà percepita,

hanno sull'intensità dell'impegno con il quale un'attività viene affrontata. In questo caso, la definizione di difficoltà di Heider (1958), viene utilizzata per definire la difficoltà percepita, rendendo esplicito il riferimento fino ad ora ipotizzato. Inoltre, l'autore puntualizza anche la differenza tra difficoltà e difficoltà percepita, affermando che

"[…] la difficoltà percepita di un'attività è una funzione di quanto impegno il soggetto crede che sia necessario per portarla a termine con successo; la difficoltà oggettiva dell'attività è presumibilmente una funzione analoga di quanto impegno è realmente necessario per portarla a termine con successo." (Kukla, 1972, p. 458, libera traduzione dell'autrice).

Tale caratterizzazione appare quindi unicamente fondata sull'impegno e soprattutto fortemente dipendente dal soggetto. Allo stesso tempo, essa esplicita il legame e la profonda differenza esistente tra difficoltà e difficoltà percepita, aspetto non sempre evidenziato nella ricerca.

Vi sono altri esempi di ricerche nelle quali la difficoltà delle attività assume un ruolo rilevante, ma viene definita in modo maggiormente vicino a quella che intuitivamente potremmo chiamare difficoltà percepita. Bandura (1993) descrive i modi in cui il senso di autoefficacia percepito (*perceived self-efficacy*) prende parte allo sviluppo e funzionamento cognitivo in generale. Egli conclude che le persone con un basso senso di autoefficacia tendono ad evitare le attività difficili, concentrandosi più sulle proprie difficoltà o mancanze che sul modo migliore per portare a termine l'attività. Al contrario, le persone che possiedono un alto senso di autoefficacia, vedono le attività difficili non come una minaccia personale, bensì come una sfida. Bandura mette in relazione il senso di autoefficacia con la difficoltà delle attività che vengono affrontate, difficoltà che appare intesa in senso oggettivo sebbene ciò non venga specificato. Tuttavia, all'interno della discussione, viene dato ampio spazio alla percezione della persona coinvolta nell'attività stessa, il che suggerisce che la percezione del soggetto giochi un ruolo importante, anche nella determinazione della

difficoltà dell'attività. Tale difficoltà non può quindi essere considerata totalmente oggettiva.

Un altro esempio è rintracciabile nella ricerca di Schmitz e Skinner (1993), che testano un modello funzionale per descrivere come il controllo percepito influenzi la *performance*, che a sua volta influenza il controllo percepito stesso. All'interno del modello, si ipotizza che la difficoltà delle attività possa avere il ruolo di mediatore tra le convinzioni del soggetto e l'impegno posto nell'affrontare l'attività. Nello specifico, che attività molto difficili possano determinare un minore controllo percepito e maggiore impegno profuso. Gli autori si riferiscono sempre alla difficoltà dell'attività (*task difficulty*), tuttavia, nella descrizione della fase sperimentale dello studio, emerge che la difficoltà è stata rilevata con un item che richiedeva di stimare la difficoltà dell'attività. Anche in questo caso, quindi, quella definita come difficoltà sembra essere, più che la difficoltà oggettiva, una difficoltà soggettiva, espressa mediante la percezione dei soggetti coinvolti nello studio.

Spostando l'attenzione sull'ambito prettamente cognitivo, secondo la Teoria del Carico Cognitivo (*Cognitive Load Theory*, CLT; si veda, ad esempio, Sweller et al., 1998), l'elaborazione di informazioni e quindi per estensione l'apprendimento, è associato a un carico cognitivo che può essere ridotto, ma non eliminato. Tale carico cognitivo viene analizzato facendo riferimento al carico cognitivo percepito, basandosi sull'idea che non è possibile conoscere la sua entità oggettiva ma è possibile soltanto utilizzare delle autovalutazioni. Una delle autovalutazioni solitamente utilizzate è proprio quella relativa alla difficoltà percepita, che misura in modo piuttosto efficace il carico cognitivo (Schuessler et al., 2025). Si noti che nell'ambito della CLT, la difficoltà percepita rispetto a un quesito si riferisce generalmente alla difficoltà dovuta alle sole caratteristiche del quesito.

Nell'ambito della *Expectancy-Value Theory*, i costrutti della difficoltà percepita, dell'*academic self-concept* (concetto di sé a livello accademico) e dell'*expectancy of success* (aspettativa di successo), inizialmente sono stati

di fatto empiricamente combinati in un solo costrutto. Tale costrutto è stato denominato *self-concept of domain specific ability*, espressione che indica il concetto di sé rispetto a un'abilità specifica di un certo ambito disciplinare. Tuttavia, gli stessi autori a posteriori riconoscono che tale unificazione possa essere un errore, in quanto sarebbe stato meglio distinguere i tre costrutti, evidenziandone relazioni, influenze e sviluppi e soprattutto ciò ha determinato una riduzione dell'attenzione rispetto a cause e conseguenze della difficoltà percepita (Eccles & Wigfield, 2020).

1.3.2 Il *feeling of difficulty*

Restando nell'ambito della psicologia cognitiva, un altro concetto affine alla difficoltà percepita è quello del *feeling of difficulty* (FOD; traducibile come "sensazione di difficoltà"), definito progressivamente in una serie di studi, a partire dagli anni '90 (Efklides et al., 1998; Efklides et al., 1999; Efklides & Touroutoglou, 2010). La ricerca riguardo alla difficoltà soggettiva nell'ambito inizia qualche decennio prima (per un breve resoconto storico, si veda Efklides & Touroutoglou, 2010); tuttavia, gli aspetti legati alla difficoltà soggettiva e quindi alle sensazioni di difficoltà in senso ampio fino ad allora non erano stati approfonditi, a differenza della difficoltà oggettiva o del grado di complessità dei problemi, spesso utilizzati come variabili negli studi sperimentali (Efklides et al., 1998). Il FOD è definito come una "esperienza metacognitiva che monitora l'elaborazione cognitiva mentre essa ha luogo" (Efklides & Touroutoglou, 2010, p. 272, libera traduzione dell'autrice). In particolare, risulta metacognitiva proprio perché è il risultato del monitoraggio dei processi cognitivi che hanno luogo, mentre essi si svolgono. Inoltre, come evidenziato dal nome, possiede anche la caratterizzazione tipica della sensazione: le informazioni che trasmette riguardo al processo cognitivo non vengono esplicitate bensì tradotte in uno stato soggettivo interiore, con connotazione negativa a livello affettivo (Efklides & Touroutoglou, 2010). Le sensazioni metacognitive, di cui il FOD fa parte, sono sensazioni, ovvero un tipo di consapevolezza vissuta come uno stato personale interiore, che in quanto metacognitive hanno origine in

risposta ad alcuni aspetti del processo cognitivo di analisi dell'attività affrontata (Efklides et al., 1998).

Il FOD si manifesta quando l'elaborazione cognitiva non procede in modo scorrevole o addirittura si interrompe o frammenta (Efklides & Touroutoglou, 2010). Ciò accade in particolare quando si affrontano problemi impegnativi dal punto di vista cognitivo, per i quali non si è in grado di trovare una soluzione immediata (Efklides et al., 1998). Tuttavia, appare eccessivamente semplicistico ricondurre il FOD unicamente alla difficoltà oggettiva di un'attività, poiché anche le caratteristiche personali, cognitive e affettive, influenzano tale sensazione (Efklides et al., 1999). Conseguentemente, il FOD non risulta sistematicamente correlato alla *performance*, anche se la relazione tra FOD e *performance* è piuttosto articolata (Efklides & Touroutoglou, 2010). Tale mancanza di correlazione può essere spiegata considerando due aspetti: in primo luogo, come già detto, il FOD è di natura metacognitiva e, in quanto tale, si basa su un modello del reale processo cognitivo, ed è quindi influenzato da fattori che possono eventualmente non avere effetto sulla reale *performance* (Efklides, 2002). In secondo luogo, si ritiene che il FOD venga causato da un'interruzione cognitiva o in una mancanza di fluidità dovuta a un sovraccarico cognitivo, che attivano meccanismi di controllo (Efklides & Touroutoglou, 2010), tuttavia questa sensazione non fornisce alcuna garanzia sull'esito effettivo dell'attività intrapresa né sul fatto che essa venga portata a termine con esito positivo (Efklides, 2002).

Esiste un legame evidente e marcato tra FOD e difficoltà percepita, sebbene i due concetti restino distinti sul piano teorico. Inizialmente, gli autori utilizzano nei loro studi la difficoltà percepita come una stima ("la stima più vicina", Efklides et al., 1998, p.209, libera traduzione dell'autrice) del FOD. Infatti, essendo il FOD una sensazione profondamente soggettiva, non è possibile misurarla direttamente nel modo in cui essa è provata. È possibile invece misurare la difficoltà percepita dell'attività, chiedendo alla persona di valutarne la difficoltà secondo il proprio giudizio (Efklides et al.,

1998). Successivamente, le differenze che intercorrono tra FOD e difficoltà percepita sono state puntualizzate. Il FOD possiede infatti una natura "esperienziale" mentre la difficoltà percepita, nell'accezione utilizzata dalle autrici, deriva da un giudizio metacognitivo basato su una rievocazione consapevole delle proprie conoscenze riguardo all'attività e riguardo a sé stessi, che avviene quando ci si trova di fronte alla stessa. Chiaramente, i due concetti non sono comunque completamente separati: quando una persona cerca di comprendere il proprio FOD, gli aspetti legati alla difficoltà percepita possono essere considerati esplicitamente nell'analisi della sensazione, pur non essendo causa né parte integrante della sensazione stessa (Efklides & Touroutoglou, 2010). Un'altra differenza sostanziale tra FOD e difficoltà percepita è il momento in cui essi rispettivamente insorgono. Il FOD può originarsi in ogni momento dell'elaborazione cognitiva dell'attività, poiché è sufficiente un'interruzione cognitiva per scatenarlo; la difficoltà percepita invece, secondo le autrici, è solitamente presente prima che il processo cognitivo abbia inizio (Efklides & Touroutoglou, 2010).

In definitiva, il FOD è evidentemente legato all'elaborazione cognitiva, per definizione, ma è influenzato anche da fattori più ampi e non riferiti unicamente all'attività, come le caratteristiche personali di colui o colei che lo affronta, il giudizio che questi ha di sé e delle proprie capacità oltre che elementi di tipo affettivo (Efklides, 2002; Efklides et al., 1998).

1.3.3 Didattica della matematica

Sebbene nell'ambito della didattica della matematica sia comunemente accettato che difficoltà assoluta e difficoltà percepita siano differenti e non totalmente sovrapponibili, anche se legate, è necessario chiarire che attualmente non esiste una definizione univoca di *difficoltà percepita* nel campo della didattica della matematica. Pur in assenza di una definizione univoca e condivisa, e nonostante la varietà di espressioni e caratterizzazioni della difficoltà soggettiva, la percezione della difficoltà sta acquisendo crescente rilevanza nella ricerca, in particolare negli ultimi anni.

In questo contesto, si è deciso di utilizzare il termine "quesito" invece di "attività", per evidenziare il riferimento specifico all'ambito matematico. Si è scelto di non soffermarsi sulla distinzione tra problema e quesito in questa sede in quanto la differenza concettuale tra i due termini è stata ritenuta non discriminante nel contesto della presente ricerca. Inoltre, gli stessi autori citati nella literature review seguente, utilizzano spesso entrambi i termini e non sembrano concordi riguardo alle (eventuali) differenze che intercorrono tra essi.

Nuutila et al. (2021), ad esempio, analizzano i cambiamenti di interesse, senso di auto-efficacia e difficoltà percepita degli studenti durante la risoluzione di un quesito, nonché le rispettive mutue relazioni. A livello teorico, gli autori definiscono la difficoltà percepita facendo riferimento al modello di Efklides (2011) denominato MASRL (*metacognitive and affective model of self-regulated learning*), nel quale è presente il concetto già approfondito di FOD. In altre parole, quella che nello studio viene esplicitamente chiamata "difficoltà percepita", è definita facendo riferimento al FOD. Quello appena citato non è l'unico esempio di ricerca nella quale FOD e difficoltà percepita vengono considerati concetti pressoché sovrapponibili e, di conseguenza, le due espressioni utilizzate in maniera intercambiabile. Doz et al. (2023), nell'ambito di uno studio sul ruolo dell'ansia nei confronti della matematica (*mathematical anxiety*) e della difficoltà percepita rispetto alla competenza nella risoluzione di problemi testuali di tipo algebrico, si focalizzano fortemente sulla difficoltà percepita rispetto a un quesito matematico. Per definire la difficoltà percepita all'interno del loro quadro teorico, fanno riferimento al costrutto di Nuutila et al. (2021), precedentemente citato. Anche in questo caso quindi con l'espressione "difficoltà percepita" si intende richiamare il FOD e tale sovrapposizione è ulteriormente rafforzata dal richiamo frequente alla natura di esperienza metacognitiva della difficoltà percepita di un quesito. In altre ricerche non viene fornita una definizione esplicita di difficoltà percepita, ma questa viene introdotta comunque all'interno del quadro teorico citando il lavoro di Efklides e spiegando l'espressione tramite

esempi, che nel complesso rimandano implicitamente ancora una volta a una sovrapposizione tra FOD e difficoltà percepita (si veda, ad esempio, Ford & Usher, 2025).

In altri casi, la difficoltà percepita viene analizzata e inclusa all'interno del disegno di ricerca, ma essa non viene definita in modo strutturato. Hellwig e Geisler (2024), ad esempio, indagano se e quale effetto abbiano diverse consegne testuali di quesiti di tipo dimostrativo sulla difficoltà percepita di studenti universitari. La difficoltà percepita in questo caso assume un ruolo fondamentale nella ricerca, essendo una delle variabili esaminate; tuttavia, non viene definita nel quadro teorico. Ciò suggerisce che gli autori attribuiscano a tale espressione semplicemente il significato che questa assume comunemente nel linguaggio naturale. Similmente, Street et al. (2017), analizzando la *self-efficacy expectation* (SEE) degli studenti fanno riferimento a livelli di essa, che identificano con la difficoltà percepita dei quesiti. Anche in questo caso la difficoltà percepita non viene di per sé definita, ma viene esplicitata la differenza tra difficoltà oggettiva e difficoltà percepita di uno stesso quesito, che non è detto coincidano.

Lee e Hayworth (2000), per determinare una misura della difficoltà di alcuni quesiti matematici, individuano i fattori che influenzano la difficoltà dei suddetti, chiamandoli *complexity factors*. In questo contesto, la difficoltà percepita dagli studenti assume particolare rilevanza in quanto risulta la misura più fortemente correlata con la difficoltà oggettiva dei quesiti, suggerendo quindi che possa riflettere in qualche modo la difficoltà cognitiva di essi. Nello studio, un'intera sezione è dedicata alle diverse misure di difficoltà dei problemi; la difficoltà di un quesito è definita facendo riferimento a diverse misure, distinguendo il piano oggettivo da quello cognitivo e della complessità. La difficoltà percepita invece viene spiegata ma, di nuovo, non definita nel quadro teorico, facendo riferimento a conoscenze ed esperienze comuni più che a costrutti teorici.

Vi sono poi studi in cui viene discussa la difficoltà di alcuni quesiti, sebbene l'inquadramento del problema e il metodo di ricerca sembrino

riferirsi piuttosto alla difficoltà percepita. Van den Heuvel-Panhuizen et al. (1995) analizzano problemi sulle percentuali creati dagli studenti, distinguendoli in problemi facili e difficili; tuttavia, gli autori in diversi momenti fanno riferimento alle percezioni degli studenti, ad esempio chiedendosi quali problemi siano facili o difficili per uno studente del quinto anno di scuola primaria. Anche il disegno della ricerca conferma questa interpretazione, in quanto vengono analizzate le opinioni degli studenti e le loro considerazioni riguardo al perché alcuni problemi siano considerati facili o difficili.

1.3.4 Una prima definizione operativa per la didattica della matematica

Recentemente, l'interesse per la difficoltà percepita si è intensificato, come dimostrano gli studi esplorativi articolati in diverse fasi, che sono confluiti in una prima definizione operativa di *difficoltà percepita* specifica per l'ambito della didattica della matematica. Nella fase iniziale (Saccoletto & Spagnolo, 2022), sono state delineate quattro categorie di fattori che sembrano influenzare la difficoltà percepita dagli studenti rispetto a quesiti matematici di tipo argomentativo e di ambito algebrico. In questa prima esplorazione, svolta in due momenti e con due campioni differenti, sono stati coinvolti 148 studenti: 79 studenti provenienti da classi del primo e secondo anno della scuola secondaria di secondo grado (rispettivamente grado 9 e 10) nella prima sperimentazione; 69 studenti, tutti provenienti da classi di grado 9 nella seconda. Gli studenti coinvolti appartenevano quindi tutti alla stessa fascia di età, ma frequentavano indirizzi scolastici diversi, in quanto il primo campione è stato selezionato in un Liceo delle Scienze Umane, mentre il secondo in un Istituto Tecnico. A tutti gli studenti è stato chiesto di risolvere i due quesiti selezionati e, successivamente, rispondere ad alcune domande sulla difficoltà percepita tramite un questionario a risposta aperta implementato su Google Moduli. Tramite l'analisi delle risposte fornite e lo svolgimento di focus group con alcuni degli studenti stessi, applicando metodi propri della Constructivist Grounded Theory

(Mills et al., 2006), sono state individuate quattro categorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita dagli studenti rispetto ai quesiti proposti:

- strategie risolutive;
- capacità ed esperienze;
- emozioni;
- formulazione del quesito.

L'analisi è stata svolta induttivamente, partendo dalle risposte e raggruppandole sulla base di elementi di somiglianza e, successivamente, spostandosi sul piano generale per individuare altre eventuali categorie tralasciate. Fasi successive dello studio (Spagnolo & Saccoletto, 2023) hanno permesso di consolidare le quattro categorie e aggiungere ad esse una quinta, che fino ad allora non era emersa, chiamata "Considerazioni personali".

Inoltre, tali categorie sono state utilizzate per analizzare i fattori che influenzano la difficoltà percepita degli studenti rispetto a quesiti di matematica di tipo diverso, riferiti ad altri ambiti, come la geometria (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a), evidenziando la versatilità delle categorie e la loro adattabilità a quesiti differenti. Questa fase dello studio ha coinvolto 86 studenti, provenienti da cinque classi di grado 10 (di cui, 3 di Liceo Scientifico, 1 di Liceo Scientifico ad indirizzo sportivo e 1 di Liceo delle Scienze Umane). Anche in questo caso, agli studenti è stato chiesto di risolvere due quesiti matematici, entrambi di ambito geometrico e di tipo argomentativo ma differenti nella struttura, in quanto il primo era un testo a completamento (*cloze*) mentre il secondo un quesito a risposta aperta. Ai quesiti seguiva un questionario simile a quello proposto nelle fasi precedenti, incentrato sulla difficoltà percepita. Nello stesso studio, sono stati convolti anche alcuni docenti, sia delle classi in oggetto sia esterni, chiedendo loro di svolgere gli stessi quesiti proposti agli studenti e valutarne poi la difficoltà percepita. In questa fase, ai docenti veniva richiesto di fare riferimento alla propria esperienza di insegnamento per valutare i quesiti (Nicchiotti & Spagnolo, 2024c). Ciò ha consentito iniziare ad esplorare la

difficoltà percepita dai docenti utilizzando lo stesso strumento fino ad allora usato per gli studenti, confrontando la difficoltà percepita dei due gruppi rispetto agli stessi quesiti (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a). Le prime evidenze hanno permesso di affermare che le categorie risultano adeguate a descrivere e analizzare anche la difficoltà percepita dai docenti; in particolare, è emerso che le stesse categorie hanno un peso relativo diverso nella determinazione della difficoltà percepita rispettivamente da studenti e insegnanti (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a). Infine, le categorie sono state utilizzate anche per analizzare la difficoltà percepita di studenti della scuola primaria rispetto ad attività di carattere matematico (Nicchiotti et al., in pubblicazione), e per analizzare la difficoltà percepita dagli studenti da una prospettiva di genere (Nicchiotti & Spagnolo, 2024b), mostrando la trasversalità dello strumento. Quest'ultima analisi ha evidenziato che i ragazzi percepiscono i quesiti come più facili, rispetto alle ragazze, indipendentemente dalla loro effettiva prestazione nel risolverli.

Nel corso delle varie fasi, le categorie sono state rifinite e rinominate "macrocategorie", per evidenziare il fatto che ciascuna di esse contiene elementi diversi fra loro e non necessariamente complementari. La definizione delle cinque macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita costituisce una prima definizione operativa della stessa, che dovrà essere successivamente validata e consolidata (Spagnolo, 2025).

1.3.5 Jingle-jangle fallacy

Dalla literature review emergono chiaramente due problemi che ostacolano la ricerca sulla percezione della difficoltà nei diversi ambiti esaminati: l'utilizzo di molteplici espressioni differenti e la mancanza di accordo sul significato e uso di ciascuna di esse. Le problematiche appena descritte vengono definite *jingle-jangle fallacies* e sono molto diffuse all'interno della ricerca soprattutto in ambito psicologico (Pekrun, 2024). Si parla di *jingle fallacy* quando si utilizza lo stesso termine per indicare costrutti differenti. Di conseguenza, si assume che due costrutti diversi siano in realtà lo stesso perché hanno lo stesso nome (Lawson & Robins,

2021), il che determina una "accettazione acritica dell'uguaglianza verbale come prova dell'uguaglianza reale" (Thorndike, 1904, p.14, libera traduzione dell'autrice). Possiamo evidenziare una *jingle fallacy*, per esempio, proprio nell'uso dell'espressione difficoltà percepita, impiegata sia con riferimento agli aspetti cognitivi dell'attività o quesito (Lee & Hayworth, 2000; Schuessler et al., 2025), sia all'impegno ritenuto necessario per portare a termine un'attività (Kukla, 1972). Le due definizioni appaiono compatibili ed è possibile che siano complementari, ma di certo non sovrapponibili. Al contrario, si ha una *jangle fallacy* quando espressioni diverse vengono utilizzate per riferirsi in realtà allo stesso costrutto (Kelley, 1927). Un esempio di *jangle fallacy* specifico nel contesto fin qui esaminato è l'uso delle espressioni *feeling of difficulty* e difficoltà percepita in modo intercambiabile, quando nei fatti si sta facendo riferimento al FOD (Doz et al., 2023; Efklides & Touroutoglou, 2010; Nuutila et al., 2021).

Una conseguenza critica delle *jingle-jangle fallacies* è lo stato di frammentazione della ricerca e della conoscenza che esse determinano: rendono più difficile la comunicazione tra i ricercatori e non permettono sempre di delineare chiaramente lo stato dell'arte. Per risolvere le *jingle fallacies* è necessario differenziare chiaramente le espressioni utilizzate, mentre le *jangle fallacies*, al contrario, possono essere risolte attraverso una fusione dei termini, selezionandone uno solo di quelli già in uso oppure introducendone uno totalmente nuovo (Pekrun, 2024). In ogni caso, sia per integrare che per differenziare i costrutti, la premessa essenziale è quella di avere definizioni chiare e precise per ciascuno dei concetti coinvolti nella ricerca. In letteratura vi sono diverse strategie per definire i costrutti, tra le quali possiamo menzionare: definizioni operative, che associano i costrutti alle misure ad essi collegate; definizioni costituite da liste di caratteristiche; definizioni di prototipi per famiglie più ampie di oggetti; definizioni basate sull'uso comune dei termini (Pekrun, 2024). In tal senso, sembra che la ricerca relativa alla difficoltà percepita rispetto a quesiti matematici, stia convergendo verso questa esigenza di rigore nella definizione del concetto,

come testimoniato dal recente filone di studi che ha fornito una prima definizione di tipo operativo per la difficoltà percepita (Spagnolo, 2025).

1.4 Due possibili punti di vista

La difficoltà percepita di quesiti matematici può essere esaminata da (almeno) due differenti punti di vista: quello degli studenti e quello degli insegnanti. Esiste certamente una discrepanza tra le due diverse prospettive, come alcuni studi sperimentali hanno evidenziato. Gli insegnanti non sempre sono consapevoli delle cause dietro agli errori degli studenti (Faggiano et al., 2023; Nicchiotti & Spagnolo, 2024); non necessariamente, infatti, essere esperti in una disciplina, implica la capacità di prevedere come i non esperti affronteranno un'attività e il suo esito. Anzi, al contrario, per gli esperti può essere particolarmente difficile assumere la prospettiva dei meno esperti e comprendere gli ostacoli da essi affrontati (Hinds, 1999). Tale fenomeno, inoltre, non è limitato alla matematica ma si verifica anche in altre discipline, quali ad esempio le scienze naturali (Le Hebel et al., 2019).

1.4.1 La prospettiva degli insegnanti

La discrepanza tra la percezione degli studenti e quella degli insegnanti, evidenziata dagli studi sperimentali, può essere analizzata valutando come le conoscenze già possedute da insegnanti o esperti influenzino il modo in cui essi valutano le difficoltà di chi sta apprendendo. Un esempio di ciò è la definizione del concetto di *expert blind spot* (EBS; Nathan & Koedinger, 2000; Nathan & Petrosino, 2003). Suddetta espressione identifica la tendenza degli insegnanti a non essere consapevoli delle difficoltà degli studenti e della loro comprensione, proprio in virtù della loro elevata conoscenza dei contenuti. Inoltre, spesso gli esperti non sono coscienti dell'esistenza dell'EBS, che si concretizza come una zona cieca, derivante dalla loro stessa esperienza e padronanza. Si ritiene che l'EBS possa avere origine dal conflitto tra due diversi tipi di conoscenza degli insegnanti: la *pedagogical content knowledge*, che è la conoscenza della materia in relazione alla pedagogia e a come essa può essere insegnata, e la

subject matter knowledge, ovvero la conoscenza pura della materia e della sua struttura (per approfondire, si vedano Ball et al., 2008; Shulman, 1986). In altre parole, l'EBS non sembra legato a una mancanza di conoscenza da parte degli insegnanti, bensì al contrasto che può verificarsi tra le diverse forme della conoscenza necessarie per l'insegnamento (Nathan & Petrosino, 2003). L'EBS risulta inoltre coerente con costrutti più ampi definiti all'interno dello stesso filone di ricerca, tra i quali possiamo menzionare la *curse of knowledge* o *curse of expertise* (Camerer et al., 1989), espressione spesso tradotta in italiano come "maledizione della conoscenza". Tale espressione indica la tendenza, da parte di chi già conosce la soluzione di un problema, a sottovalutare la difficoltà che altri potrebbero incontrare nel risolverlo. Ciò trova diretta applicazione anche nel contesto educativo, parlando di studenti e insegnanti: durante la valutazione delle prestazioni dei principianti, gli esperti possono avere difficoltà a disancorarsi dal proprio livello di conoscenza, che risulta oggettivamente superiore (Hinds, 1999).

La percezione degli insegnanti è un tema che è stato approfondito con attenzione e che risulta tuttora oggetto di numerose ricerche. Una delle ragioni dell'attenzione ad esso riservata, è il ruolo centrale occupato dalla ricerca riguardo al giudizio degli insegnanti (*teachers' judgment*), relativo a diversi aspetti, tra cui anche il giudizio riguardo a quesiti (si vedano van de Watering & van der Rijt, 2006; Ostermann et al., 2018; Urhahne & Wijnia, 2021). Il giudizio diagnostico degli insegnanti è affetto da molti pregiudizi, tra cui anche l'EBS precedentemente menzionato, e numerosi fattori ne influenzano l'accuratezza. Diverse ricerche hanno evidenziato che gli insegnanti non sempre riescono a stimare precisamente la difficoltà che gli studenti riscontreranno nell'affrontare quesiti matematici, e che il giudizio degli insegnanti varia a seconda di esperienza e grado scolastico nel quale si presta servizio. I docenti in servizio, infatti, risultano generalmente più accurati rispetto a quelli in formazione (Hellmann & Nuckles, 2013), mentre i docenti delle scuole secondarie di secondo grado meno precisi di quelli delle secondarie di primo grado (Nathan & Koedinger, 2000). Inoltre,

pregiudizi di tipo sociale e specificità degli studenti coinvolti possono influenzare l'accuratezza del giudizio degli insegnanti. Infatti, stimare la difficoltà di un quesito per una specifica classe già conosciuta o per una ipotetica classe di riferimento, è sostanzialmente differente (Ostermann, 2018). Infine, anche le modalità con le quali viene espresso il giudizio possono condizionarlo in modo rilevante: solitamente, i giudizi intuitivi risultano più accurati di quelli deliberativi, ovvero quelli espressi dopo aver compiuto un'analisi approfondita. Questo fornisce anche una chiave di lettura aggiuntiva per interpretare il diverso grado di accuratezza dei giudizi di insegnanti in servizio e in formazione, in quanto i secondi potrebbero basarsi molto di più su questo tipo di analisi, non avendo ancora molta conoscenza implicita derivante dall'esperienza (Ostermann, 2018).

Le ricerche che si sono concentrate su questi aspetti hanno permesso di definire il più articolato costrutto di *competenza diagnostica degli insegnanti*, che è l'intersezione tra le competenze generali ed ampie dell'insegnante e gli aspetti della valutazione educativa (Leuders et al., 2018). La competenza diagnostica degli insegnanti abbraccia tutte le attività che implicano diagnostica da parte dei docenti, sottolineando come tale competenza non sia basata unicamente sulla conoscenza del docente, ma coinvolga anche abilità, convinzioni e fattori affettivi (Rieu et al., 2022). Attualmente, il modello di competenza diagnostica maggiormente accettato è quello in cui essa è strutturata come un continuum che include sia elementi, quali ad esempio conoscenze, credenze, fattori affettivi, che processi, come quello di percezione, interpretazione, decisione, disposti in modo non necessariamente sequenziale (Leuders et al., 2018). Per descrivere e spiegare i processi cognitivi alla base del giudizio diagnostico degli insegnanti è stato sviluppato un quadro teorico, denominato DiaCoM (*Explaining Teachers' **Dia**gnostic Judgements by **Co**gnitive **M**odeling*), basato sui risultati ottenuti in diversi studi sperimentali riguardanti il giudizio diagnostico degli insegnanti (Loibl et al., 2020). Tale modello concettualizza il giudizio diagnostico degli insegnanti in contesti educativi come un'inferenza dell'insegnante basata su informazioni ricavate o fornite

direttamente in una situazione diagnostica. L'oggetto del giudizio possono essere gli studenti, le loro abilità, ma anche oggetti e materiali, come i quesiti stessi, che è la dimensione di interesse principale in questa sede. Di conseguenza, il giudizio diagnostico degli insegnanti si colloca all'interno del più ampio ambito del giudizio sociale e delle teorie sul processamento cognitivo delle informazioni. Il modello definito da Loibl et al. (2020), come riportato dagli stessi autori, non include tutti i fattori rilevanti per il giudizio degli insegnanti, ma si concentra sui processi cognitivi da cui i giudizi hanno origine e sulle componenti che li determinano. Tali componenti, di cui riportiamo unicamente i dettagli riferiti alla valutazione dei quesiti, sono:

- le caratteristiche della situazione diagnostica (*situational characteristics*, SC), ovvero le caratteristiche del quesito ma anche la situazione in cui viene proposto, i limiti di tempo forniti, ecc.;
- le caratteristiche personali dell'insegnante (*person characteristics*, PC), che includono tutte le caratteristiche dell'insegnante, come la conoscenza, le capacità, ma anche le convinzioni, gli atteggiamenti e gli stati d'animo;
- i processi cognitivi di pensiero (*diagnostic thinking*, DT), intesi come elaborazione cognitiva delle informazioni, componente adattabile a seconda del quadro teorico utilizzato nella ricerca, e considerata il nucleo del modello;
- il comportamento diagnostico dell'insegnante (*diagnostic behaviour*, DB), ovvero tutti i comportamenti osservabili dell'insegnante nella situazione diagnostica, di cui si considerano parte sia i processi di valutazione che i prodotti della valutazione quali, ad esempio, giudizi scritti.

1.4.2 La prospettiva degli studenti

Poche ricerche, attualmente, hanno indagato la difficoltà percepita dagli studenti, evidenziando alcuni fattori che sembrano influenzarla, come il contenuto dell'esercizio, il grado di concretezza, la necessità di scegliere tra alternative, e la struttura del testo (van de Watering & van der Rijt,

2006). Nella maggior parte degli studi, tuttavia, tali fattori vengono solo menzionati e mai approfonditi, né messi in relazione in una struttura più articolata. Inoltre, come già evidenziato, in varie ricerche la difficoltà e la difficoltà percepita non vengono distinte esplicitamente e l'attenzione viene posta unicamente sui processi cognitivi, evidenziando di conseguenza fattori prevalentemente legati alle caratteristiche oggettive dei quesiti (Lee & Heyworth, 2000).

Tuttavia, la percezione degli studenti intesa in un'accezione ampia, è un tema che sta assumendo progressivamente rilievo sempre maggiore nella ricerca in didattica della matematica. In particolare, si è delineata una visione più articolata e complessa del modo in cui gli studenti vivono e interpretano la matematica. Oggi si ritiene che anche gli aspetti più soggettivi siano cruciali nel processo di apprendimento e il loro ruolo è stato approfondito e contestualizzato all'interno, ad esempio, del *modello multidimensionale dell'atteggiamento* (Di Martino & Zan, 2010). Il modello propone una concettualizzazione dell'atteggiamento degli studenti come costrutto composto da tre dimensioni fondamentali: la competenza percepita, ovvero la sicurezza che lo studente ripone nelle proprie capacità in matematica; gli aspetti emotivi, che includono i fattori affettivi riguardo alla matematica; la visione della matematica, intesa come l'insieme delle convinzioni personali sulla matematica. Dal modello emerge, quindi, una concezione molto più articolata dell'atteggiamento, come elemento complesso e con influenza diretta sul modo in cui gli studenti affrontano i quesiti di matematica. Pur essendo l'atteggiamento un elemento determinante nell'approccio degli studenti ai quesiti, esso non rappresenta l'unico fattore da considerare, in quanto anche la componente metacognitiva appare rilevante nel processo decisionale degli studenti nell'affrontare un problema, processo plasmato non solo da dati oggettivi ma anche da convinzioni e valori personali (Radmehr & Drake, 2017).

Capitolo II

Quadro teorico di riferimento

Nel presente capitolo viene descritto il quadro teorico utilizzato nella ricerca. Esso fornisce i concetti e la terminologia necessaria per formulare le domande di ricerca, riportate nell'ultimo paragrafo, e per esplicitare la base teorica che supporta il lavoro.

Il quadro teorico si compone di tre parti: un primo nucleo relativo alla difficoltà oggettiva, declinata in particolare rispetto a quesiti matematici, che viene ripreso in tutte e tre le domande di ricerca; un secondo nucleo relativo alla difficoltà percepita e ai fattori che la influenzano secondo la letteratura, ripreso nella seconda e nella terza domanda di ricerca; infine, un terzo nucleo relativo alle questioni di genere, sulle quali si concentra la terza domanda di ricerca.

2.1 Definizione di difficoltà oggettiva di un quesito matematico

2.1.1 La difficoltà di un quesito secondo la CTT

Come introdotto nel capitolo precedente, la difficoltà oggettiva di un quesito matematico può essere definita facendo riferimento alla teoria classica dei test (CTT), considerando il numero di rispondenti che, in seguito alla somministrazione del quesito, forniscono una risposta corretta (Crocker & Algina, 1986).

Chiaramente, è necessario stabilire a priori dei criteri di correttezza per valutare le risposte fornite. Per i quesiti a scelta multipla è semplice: solitamente, i quesiti di questo tipo sono formulati in modo che una sola delle opzioni di risposta sia corretta; perciò, rispondono correttamente tutti coloro che selezionano quella, e solo quella, opzione. Similmente, considerando un quesito a risposta aperta univoca, potremo considerare corretta solo la risposta corretta precedentemente designata, mantenendo elasticità sulla forma della risposta (numeri scritti a parole, mancanza di unità di misura, ecc.). Stabilire suddetti criteri diventa però fondamentale

quando si considerano quesiti di tipo diverso, come cloze o testo a completamento e quesiti a risposta aperta articolata. I quesiti di tipo cloze, ad esempio, sono strutturati come un testo da completare utilizzando termini forniti separatamente, in numero spesso maggiore rispetto agli spazi da completare. Di conseguenza, è possibile riscontrare diversi "livelli di correttezza" nelle risposte fornite, a seconda del numero di termini collocati correttamente. Una risposta nella quale tutti i termini sono collocati nel posto errato è certamente sbagliata, così come una in cui tutti i termini sono nella posizione esatta è corretta, ma come si deve considerare una risposta in cui tutti i termini scelti sono collocati correttamente tranne uno? Questioni analoghe si sollevano anche rispetto a quesiti di tipo diverso: come considerare una risposta ad un quesito a risposta aperta articolata nella quale viene fornita la soluzione corretta ma non viene spiegato il procedimento seguito per ottenerla, nonostante fosse richiesto nel quesito? O una risposta contenente la soluzione corretta ma ottenuta seguendo un procedimento errato? In una risposta aperta articolata, sia la sostanza che la forma concorrono a determinarne la correttezza, perciò entrambe devono essere considerate nella valutazione, ma può essere difficile stabilire dei criteri oggettivi per fare ciò.

Comunemente, il docente che prepara, somministra e corregge la prova, stabilisce anche i criteri di correttezza sinora discussi, sostanzialmente definendo per ciascun quesito i criteri per considerare una risposta corretta. Nell'ambito delle rilevazioni standardizzate su larga scala, a livello nazionale e internazionale, l'ente responsabile della creazione e somministrazione delle prove stabilisce i criteri di correttezza. Nello specifico, in Italia, l'INVALSI (Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema educativo di Istruzione e formazione), effettua annualmente rilevazioni nazionali sull'apprendimento degli studenti di alcuni specifici gradi scolastici in italiano, matematica e inglese. Tali rilevazioni sono svolte per mezzo di prove standardizzate, delle quali non approfondiremo la struttura in questa sede. In generale, queste vengono composte selezionando i quesiti da banche di quesiti (*Rasch item bank*) costruite da

INVALSI per tutti gli ambiti disciplinari indagati. Nelle raccolte di quesiti, per ciascuno sono presenti varie informazioni, tra cui anche le chiavi di risposta corretta, le griglie per la correzione delle domande aperte e la spiegazione delle modalità e dei criteri di attribuzione del punteggio, fondamentali soprattutto per quesiti composti da diverse sezioni (INVALSI, 2019c).

Una volta chiariti i criteri secondo i quali la risposta fornita ad un quesito può essere considerata rispettivamente corretta o meno, è possibile calcolare la difficoltà dello stesso. Più precisamente, si può utilizzare l'*Item Difficulty Index* (*P*), di cui si riporta una delle definizioni esplicite (Mehrens & Lehmann, 1991):

$$Item\ Difficulty = P = \frac{R}{T}$$

dove R è il numero dei rispondenti che hanno fornito una risposta corretta, mentre T è il numero totale dei rispondenti. L'indice *P* è pari a 0 se nessuno ha fornito una risposta corretta; è pari a 1 se tutti hanno fornito risposta corretta e può assumere tutti i valori compresi tra i due estremi. In altri termini, più il valore dell'indice è elevato, meno il quesito è risultato difficile. Ciò può apparire controintuitivo considerando il nome dell'indice ma, come sottolineato da Mehrens e Leheman (1991), si continua a preferire la denominazione *Item Difficulty* poiché di uso più comune. Gli autori riportano inoltre che è necessario osservare cautela nell'applicazione e interpretazione dell'indice, in quanto il suo valore per un quesito può dipendere dal suo posizionamento all'interno del test completo.

2.1.2 La definizione di difficoltà di un quesito utilizzata da INVALSI

Nell'ambito delle rilevazioni standardizzate su larga scala a livello nazionale, INVALSI ha prodotto annualmente, fino al 2017, un Rapporto Tecnico nel quale viene esplicitata la procedura di costruzione delle prove, le analisi svolte e i principi secondo i quali suddetti due processi si sono svolti. Dal 2017, essendo cambiata la modalità di somministrazione delle

prove dalla forma cartacea a quella computer based, il rapporto tecnico non viene più rilasciato in quanto anche il disegno della rilevazione è cambiato di conseguenza[1]. Più precisamente, se fino al 2017 le prove cartacee erano composte da fascicoli identici per tutti gli studenti di uno stesso grado scolastico, dal 2018 in avanti è stato previsto lo sviluppo di diverse forme del test (ovvero versioni contenenti quesiti diversi), tali che le misure da esse prodotte risultino equivalenti per il rispondente e che i risultati siano confrontabili direttamente (INVALSI, 2018). Conseguentemente, i quesiti somministrati non vengono più rilasciati tutti e non viene più indicata per ciascun quesito la percentuale di risposte corrette, errate e mancanti, bensì solo l'indicazione del livello di competenza attribuito da INVALSI.

I rapporti tecnici INVALSI spiegano in che modo viene condotta l'analisi psicometrica delle prove, sia prima che dopo la somministrazione (INVALSI, 2017). Non entreremo nel dettaglio di tale analisi poiché al di fuori dei nostri scopi, ma si ritiene importante riportare gli aspetti legati all'analisi della difficoltà dei quesiti e delle prove. Normalmente, la costruzione delle prove prevede una fase di pre-test durante la quale la prova viene somministrata ad un campione di studenti per analizzare i singoli quesiti e la costruzione della prova in generale. Al termine del pre-test, i quesiti possono essere modificati o rimossi se non hanno funzionato, in modo da pervenire alla prova definitiva che sarà somministrata poi durante la rilevazione a livello nazionale. Uno degli aspetti valutati durante la fase di pre-test è proprio la difficoltà dei quesiti: l'indice di difficoltà descritto nel paragrafo precedente (*Item Difficulty Index*) è un indicatore della CTT che fornisce informazioni a livello descrittivo rispetto alla difficoltà del quesito. Solitamente vengono inclusi nella prova solo quei quesiti con percentuale di risposte corrette compresa tra 0,10 e 0,90,

[1] Si noti che non tutti i gradi scolastici sono ancora passati alla somministrazione CBT (*computer based test*). Attualmente, il grado 2 e il grado 5 svolgono ancora la prova in forma cartacea.

escludendo quindi i quesiti troppo difficili, con meno del 10% di risposte corrette, come anche quelli troppo facili, con più del 90% di risposte corrette. L'indice di difficoltà inoltre viene considerato anche per stabilire il posizionamento del quesito nella prova in quanto, di norma, i quesiti più facili dovrebbero trovarsi nella parte iniziale e finale della prova, in modo rispettivamente da incoraggiare lo studente ed evitare che la stanchezza sopraggiunta alla fine del test abbia un impatto troppo importante.

Inoltre, INVALSI utilizza alcuni strumenti dell'*Item Response Theory* (IRT) per superare quello che nei fatti è un limite fondamentale della CTT, ovvero il fatto che la difficoltà di un quesito, secondo la definizione finora considerata, dipende dall'abilità dei rispondenti, quindi dal campione, rendendo impossibile scindere completamente la difficoltà dei quesiti dall'abilità di coloro ai quali vengono somministrati. Il principale strumento utilizzato a questo scopo è il modello di Rasch (Rasch, 1960), che consente di stimare l'abilità dei rispondenti indipendentemente dalla difficoltà dei quesiti e viceversa. Tale modello permette di ordinare sulla stessa scala la stima della difficoltà di ciascuna domanda e la misura dell'abilità di ciascuno studente. A livello interpretativo, ciò risulta importante perché consente non solo di comprendere il livello di difficoltà di ciascun quesito ma anche di visualizzare quanti e quali studenti mostrano livelli di abilità al di sopra o al di sotto della difficoltà di quesiti specifici (INVALSI, 2011).

Il modello di Rasch è un modello di regressione logistica, le cui stime si basano sui seguenti elementi. Si consideri una prova composta da k quesiti, somministrata a N studenti e si definisca X_{ji}, variabile dicotomica che rappresenta la risposta data dallo studente j al quesito i, che assume il valore 0 per risposta errata o il valore 1 per risposta corretta.

Il modello stima due parametri:

- a ogni studente j associa il parametro θ_j, che rappresenta l'abilità dello studente;

- a ogni quesito i associa il parametro β_i, che indica la difficoltà del quesito.

La probabilità che uno studente risponda correttamente (o in modo errato) a un quesito dipende sia dall'abilità dello studente che dalla difficoltà del quesito, di conseguenza è possibile esprimere tale probabilità come:

$$P(X_{ji}) = \frac{e^{X_{ji}(\theta_j - \beta_i)}}{1 + e^{(\theta_j - \beta_i)}}$$

Di conseguenza, secondo questa interpretazione, abilità degli studenti e difficoltà dei quesiti diventano concetti relativi e non definibili in termini assoluti. Calcolando la probabilità di rispondere correttamente quando l'abilità dello studente è pari alla difficoltà del quesito, ovvero $\theta_j = \beta_i$, si ha $P(X_{ji} = 1) = 0{,}5$. In altre parole, uno studente ha esattamente una probabilità del 50% di rispondere correttamente a un quesito con livello di difficoltà pari alla sua abilità. Questo permette di definire la difficoltà di un quesito in termini probabilistici, secondo l'IRT: la difficoltà di un quesito nel modello di Rasch è rappresentata dal punto nella scala di abilità in cui la probabilità di rispondere correttamente è pari al 50% (Barbaranelli & Natali, 2005).

2.1.3 Quesiti difficili

Facendo riferimento alla definizione di *Item Difficulty Index* (*P*) della CTT, ciascun quesito può essere considerato "facile" o "difficile" secondo il seguente criterio intuitivo: è "difficile" un quesito che ottiene un valore basso per l'indice *P* e, al contrario, è "facile" un quesito che ottiene un alto valore dell'indice. I manuali classici di psicometria e teoria classica dei test non riportano soglie precise dell'indice in base alle quali attribuire le diverse denominazioni, in quanto vi sono numerose considerazioni, anche specifiche rispetto al contesto, da effettuare prima di categorizzare in tal modo un quesito. Tuttavia, nel contesto delle prove standardizzate su larga scala a livello internazionale, le soglie di difficoltà dei quesiti non vengono definite in termini assoluti, ma si stabiliscono obiettivi medi per blocchi di

quesiti. Ad esempio, il framework TIMSS 2023 indica che i blocchi "difficili" dovrebbero mirare a una percentuale media di risposte corrette pari al 40% (Mullis et al., 2023). Tale percentuale appare in generale ragionevole anche per il singolo quesito e sarà il riferimento al quale d'ora in avanti si farà riferimento con l'espressione "quesito difficile". In termini di *Item Difficulty Index* (P), un quesito è definito difficile se caratterizzato da $P \leq 0{,}40$.

2.2 Definizione operativa di difficoltà percepita di un quesito matematico: le macrocategorie di fattori

Come introdotto nel capitolo precedente, non è possibile inserire una definizione formale di difficoltà percepita di un quesito matematico all'interno del presente quadro teorico, in quanto suddetta definizione non esiste ancora nella ricerca in didattica della matematica. Tuttavia, possiamo fare riferimento ad una definizione di tipo operativo della difficoltà percepita, costruita esplicitando le macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita di un quesito matematico. Queste sono state individuate a partire da raggruppamenti tematici evidenti, procedendo progressivamente verso una categorizzazione più strutturata, che ha permesso di individuare cinque macrocategorie di fattori: *Strategie risolutive*, *Capacità ed esperienze*, *Emozioni*, *Formulazione del quesito* e *Considerazioni personali*, ciascuna contenente le rispettive sottocategorie specifiche (Nicchiotti, Saccoletto & Spagnolo, in pubblicazione). Tali macrocategorie non sono da intendersi come mutualmente esclusive, ma piuttosto come complementari. Infatti, sebbene ciascun fattore che influenza la difficoltà percepita sia incluso in una sola macrocategoria, generalmente la difficoltà percepita viene espressa facendo riferimento a più fattori diversi e, di conseguenza, a più macrocategorie contemporaneamente, riflettendo la complessità dei temi trattati (Spagnolo, 2025). L'aspetto della soggettività è fondamentale nella descrizione di macrocategorie e sottocategorie, in quanto tutti i fattori in esse contenuti sono necessariamente filtrati attraverso la percezione del soggetto che svolge il quesito. Pertanto, sebbene alcuni fattori possano

apparire “oggettivi”, è necessario tenere a mente che in ciascuno di essi vi è una parte più o meno significativa di soggettività, che non può essere in alcun modo eliminata. Nella Tabella 1 si riporta una visione schematica delle macrocategorie con le rispettive sottocategorie, spiegate in dettaglio nei paragrafi seguenti, secondo la descrizione data da Nicchiotti, Saccoletto & Spagnolo (in pubblicazione). Nella descrizione, con il termine “risposte” si fa riferimento alle risposte degli studenti, e in particolare agli elementi in esse menzionati, sulla base delle quali macrocategorie e sottocategorie sono state definite. Tuttavia, è chiaro che l’ambito di applicazione non è ristretto alle sole risposte, in quanto le macrocategorie possono essere utilizzate per analizzare in generale affermazioni riferite alla difficoltà percepita.

Macrocategorie	**Sottocategorie**
Strategie risolutive	Argomentazione
	Calcoli
	Conoscenze
	Esempi
	Logica
	Procedimento
	Ragionamento
Capacità ed esperienze	Esperienza
	Intuizione
	Ostacoli
	Sicurezza
	Tempo
Emozioni	
Formulazione del quesito	Figura
	Testo
	Tipologia domanda

Considerazioni personali	Impegno
	Sicurezza

Tabella 1. Schema delle cinque macrocategorie e delle rispettive sottocategorie.

2.2.1 Strategie risolutive

La macrocategoria chiamata *Strategie risolutive* comprende tutti i fattori legati alla strategia messa in atto per risolvere il quesito o, a livello meta, al fatto che appunto è necessario individuare e attuare una strategia per arrivare alla soluzione. Di conseguenza, vengono categorizzate in questo insieme tutte quelle risposte che fanno riferimento a elementi o passaggi ritenuti fondamentali per giungere alla soluzione, come ad esempio ragionamenti, calcoli o una specifica conoscenza.

All'interno di questa macrocategoria sono state individuate sette sottocategorie, riferite a fattori specifici legati alle strategie risolutive. La sottocategoria *Conoscenze* è stata aggiunta in un secondo momento quando, proponendo quesiti di ambito geometrico, l'eventuale assenza o scarsa solidità delle conoscenze specifiche (teoremi, postulati, ecc.) sono emerse come elementi fondamentali per caratterizzare la difficoltà percepita. Di seguito, si riporta una descrizione delle sette sottocategorie:

- *Argomentazione*, che comprende risposte in cui viene data spiegazione del ragionamento seguito per arrivare alla soluzione, o in cui si evidenzia la necessità non solo del ragionamento ma anche della spiegazione dello stesso, ricadendo in tal modo nell'ambito dell'argomentazione. Rientrano in questa sottocategoria anche tutte le osservazioni che sottolineano la necessità e le eventuali difficoltà di esplicitare e comunicare correttamente il proprio ragionamento.
- *Calcoli*, che include risposte in cui vengono riportati ma soprattutto commentati calcoli e operazioni matematiche da svolgere per risolvere il quesito.
- *Conoscenze*, che raccoglie risposte in cui si nominano le conoscenze specifiche, di contenuti disciplinari e non, necessari per svolgere il

quesito: argomenti che bisogna conoscere, regole o teoremi da applicare e qualsiasi considerazione generale su di essi, ad esempio il livello di approfondimento richiesto.

- *Esempi*, che comprende risposte in cui si menziona la necessità o possibilità di fare esempi, oppure in cui vengono esplicitamente riportati degli esempi che hanno permesso di arrivare alla soluzione. Gli esempi possono essere utilizzati per chiarire un concetto espresso, per sostenere un'argomentazione ma anche come strategia risolutiva vera e propria.
- *Logica*, che si riferisce a risposte basate sull'applicazione della logica o del ragionamento deduttivo per risolvere il quesito.
- *Procedimento*, che include risposte in cui si indica per esteso il procedimento seguito o si evidenziano alcuni passi specifici dello stesso.
- *Ragionamento*, che riguarda risposte nelle quali si mette in evidenza la necessità di ragionare, riflettere o compiere uno sforzo cognitivo nella risoluzione del quesito. Il ragionamento è qui inteso come attività mentale che guida e sostiene l'intero processo risolutivo.

2.2.2 Capacità ed esperienze

La macrocategoria *Capacità ed esperienze* è anch'essa piuttosto ampia e raccoglie i fattori legati a competenze e abilità, nonché alle esperienze pregresse, chiaramente come esse sono percepite dal soggetto che svolge il quesito. L'aspetto della soggettività premesso per tutte le macrocategorie, in questo caso assume rilevanza particolare soprattutto per quanto riguarda la familiarità con il quesito proposto, che è chiaramente qualcosa di molto soggettivo. Fanno parte di questa macrocategoria, ad esempio, le risposte che legano la difficoltà di un quesito al fatto di non aver mai affrontato niente di simile in passato, e viceversa la sua facilità al fatto che esso è simile ad altri quesiti risolti o almeno visti precedentemente. Inoltre, questa macrocategoria comprende anche fattori quali la certezza della risposta

fornita, i dubbi sorti durante o dopo lo svolgimento, gli ostacoli affrontati nella risoluzione e infine il tempo necessario per trovare la soluzione. Le sottocategorie individuate nell'ambito di questa macrocategoria sono cinque:

- *Esperienza*, che comprende le risposte in cui si menzionano esperienze pregresse con quesiti simili o con gli argomenti oggetto del quesito. Le esperienze possono essere sia di successo che di insuccesso e, in entrambi i casi, possono essere considerate un elemento che facilita o che aumenta la difficoltà. Questa sottocategoria si dimostra infatti estremamente soggettiva e ambivalente.
- *Intuizione*, che raccoglie risposte nelle quali viene espressa l'importanza dell'intuito in generale o di una particolare intuizione nella risoluzione del quesito. La caratteristica principale di questa sottocategoria è proprio l'assenza di analisi o spiegazioni formali: la soluzione è stata trovata seguendo una sensazione, un qualcosa che non si sa dire bene cosa sia.
- *Ostacoli*, che include i riferimenti a ostacoli, difficoltà e problemi incontrati durante lo svolgimento del quesito, o all'assenza di essi. Vengono inclusi in questa sottocategoria sia i riferimenti a ostacoli successivamente superati che riferimenti a ostacoli non superati e che hanno quindi determinato un blocco.
- *Sicurezza*, che comprende risposte in cui viene espresso il livello di certezza o incertezza rispetto alla soluzione fornita e, più in generale, a quanto fatto per risolvere il quesito.
- *Tempo*, che include le risposte che menzionano, sia in termini positivi che negativi, il tempo necessario a risolvere il quesito o il tempo a disposizione per risolvere lo stesso.

2.2.3 Emozioni

La macrocategoria denominata *Emozioni* è quella meno rappresentata nei risultati degli studi. In particolare, studenti e insegnanti della scuola secondaria di secondo grado, per spiegare la difficoltà percepita rispetto a un quesito matematico, raramente fanno riferimento alle emozioni. Nei pochi casi in cui le emozioni vengono menzionate, si tratta esclusivamente di emozioni di natura negativa, come ansia, frustrazione o inadeguatezza. Tuttavia, uno studio suggerisce che le emozioni, sia positive che negative, emergano invece tra i fattori che influenzano la difficoltà percepita dai bambini della scuola primaria rispetto ad attività di carattere matematico (Nicchiotti, Paternoster & Spagnolo, in pubblicazione). Questa discrepanza può essere dovuta a diversi fattori, tra cui la differenza di età degli studenti, il tipo diverso di attività (attività collaborative invece che quesiti da risolvere), ma anche al metodo di raccolta dati (interviste semi strutturate invece che questionari).

La macrocategoria *Emozioni*, quindi, è in generale definita raccogliendo tutti i riferimenti alla dimensione emotiva e affettiva, sia impliciti che espliciti. Essa include reazioni affettive, stati emotivi ed emozioni espressi con connotazione positiva o negativa. È inoltre l'unica macrocategoria a non presentare sottocategorie, a causa dello scarso numero di riferimenti sulla base dei quali è stata costruita. Sembra infatti che gli studenti facciano fatica a verbalizzare le proprie emozioni e, esprimendo la propria difficoltà percepita, si concentrino su aspetti oggettivi più che soggettivi, tralasciando quasi del tutto la dimensione emotiva se non esplicitamente invitati a considerarla.

2.2.4 Formulazione del quesito

La macrocategoria *Formulazione del quesito* include i fattori legati al quesito, alla sua struttura, ai suoi elementi testuali e non, quali possono essere ad esempio figure, diagrammi e schemi in esso inseriti. Gli elementi appena menzionati sono, di fatto, sempre molto presenti ed esplicitati; quindi, non stupisce che tale macrocategoria risulti ben rappresentata in

tutti gli studi presi in esame (Saccoletto & Spagnolo, 2022; Spagnolo & Saccoletto, 2023; Nicchiotti & Spagnolo, 2024).

Inizialmente, questa macrocategoria aveva una sola sottocategoria, *Testo*, a cui poi sono state aggiunte le seguenti due sottocategorie: *Tipologia domanda* e *Figura*. Infatti, i riferimenti al testo del quesito sono stati presenti in tutte le fasi dello studio che ha portato a definizione e consolidamento delle macrocategorie; tuttavia, solo quando sono stati proposti tipi di quesiti differenti (a scelta multipla, cloze, domande a risposta aperta articolata, ecc.) e con elementi aggiuntivi (figure, grafici, ecc.) si è resa necessaria la creazione delle altre sottocategorie. Le tre sottocategorie individuate sono quindi le seguenti:

- *Figura*, che include risposte nelle quali si sottolineano aspetti relativi ad elementi non testuali presenti nel quesito, quali figure, grafici, tabelle o diagrammi. Sono considerati riferimenti sia positivi che negativi, legati anche alla leggibilità, pertinenza e coerenza degli elementi visivi non testuali con il resto del quesito.
- *Testo*, che comprende tutti i riferimenti agli aspetti testuali del quesito. Le risposte incluse in questa sottocategoria menzionano le caratteristiche del testo dal punto di vista grammaticale e sintattico, la chiarezza espositiva e l'univocità, la coerenza linguistica, la terminologia utilizzata e la struttura generale della richiesta.
- *Tipologia domanda*, che raccoglie risposte in cui viene sottolineata la tipologia di quesito (a scelta multipla, cloze, risposta aperta univoca, risposta aperta articolata, ecc.), anche quando essa non viene identificata esplicitamente ma descritta.

2.2.5 Considerazioni personali

La macrocategoria chiamata *Considerazioni personali* fa riferimento alle riflessioni e ai racconti degli studenti riguardo alla percezione di sé e del proprio successo come studenti di matematica. Anche questa macrocategoria risulta estremamente legata alla soggettività e all'opinione

di sé che ciascuno ha, risultando pertanto rappresentata in misura variabile a seconda dei casi.

Sebbene venga descritta come esplicitamente legata alla matematica, nei fatti sono collocati al suo interno anche riferimenti molto più generali, ad esempio considerazioni sulla propria opinione di sé non solo come studenti di matematica ma anche come studenti in generale e come persone. Inoltre, i riferimenti categorizzati in questo insieme sono per natura molto polarizzati, ovvero estremamente postivi o estremamente negativi; è raro che siano espresse posizioni intermedie. Questa macrocategoria si articola in due sottocategorie:

- *Impegno*, che comprende le risposte in cui si fa riferimento all'impegno sotto diversi punti di vista. Ad esempio, l'impegno che è stato profuso per svolgere il compito; l'impegno che in generale si mette o non si mette nello studio della matematica, anche in termini idealistici, ovvero l'impegno che si ritiene necessario per svolgere il quesito, anche se si pensa di non poterlo o volerlo raggiungere.
- *Sicurezza*, che include le osservazioni degli studenti riguardo alla sicurezza in sé stessi nell'ambito matematico. Vengono inseriti in questa macrocategoria i riferimenti alla fiducia in sé stessi e nelle proprie capacità matematiche, sia in termini generali che in relazione al quesito specifico, nonché le considerazioni più ampie su sé stessi come studenti e come individui.

2.3 Questione di genere e gender gap in matematica

Il divario di genere (*gender gap*) in matematica è un fenomeno ormai ben noto ed estremamente attuale. Le indagini a livello nazionale e internazionale evidenziano un divario significativo tra i risultati in matematica dei ragazzi e delle ragazze nella maggior parte dei paesi e in tutti i gradi scolastici (Giberti, 2019; von Davier et al., 2024). In particolare, nel contesto internazionale, l'Italia presenta una situazione critica, risultando tra le nazioni con il divario di genere più marcato in favore dei ragazzi

(OECD, 2023). Le principali organizzazioni internazionali che si occupano della somministrazione di prove standardizzate per la valutazione su larga scala sono l'OCSE (Organizzazione per la Cooperazione e lo Sviluppo Economico, in inglese OECD, *Organisation for Economic Co-operation and Development*) e la IEA (*International Association for Evaluation of Educational Achievement*)[2]. Per l'ambito specifico della matematica, faremo riferimento al programma PISA (*Programme for International Student Assessment*), sviluppato dall'OCSE (https://www.oecd.org/pisa/) e TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*), studio continuativo portato avanti dalla IEA (https://www.iea.nl/studies/iea/timss).

2.3.1 Il gender gap nei risultati OCSE PISA

Il programma PISA misura le competenze degli studenti quindicenni, indipendentemente dalla classe frequentata, provenienti da paesi di tutto il mondo in tre ambiti (lettura, matematica e scienze) attraverso prove standardizzate. L'ultima edizione, programmata per il 2021 ma posticipata al 2022 a causa della pandemia di COVID-19, ha coinvolto 81 paesi ed economie.

Dal report ufficiale (OECD, 2023) emerge che, in media, i ragazzi superano le ragazze in matematica di 9 punti. In particolare, i ragazzi hanno ottenuto risultati migliori in 40 paesi, mentre l'opposto è accaduto in soli 17 paesi. Il divario tra i risultati dei ragazzi e quelli delle ragazze è particolarmente ampio (15 o più punti percentuali in favore dei ragazzi) in Costa Rica, Peru, Macao (Cina), Cile, Austria e Italia, elencati in ordine di divario crescente. Confrontando tali risultati con quelli dell'edizione precedente, datata 2018 (per il report si veda OECD, 2019), si evidenzia che

[2] OCSE e IEA portano avanti numerosi programmi stabili e studi riguardanti l'educazione (rispettivamente Education and Skills Policy Programme, SSES, Higher Education Policy Programme, CERI, INES, PISA, PIAAC, ECEC, TALIS e TIMSS, PIRLS, ICCS, ICILS, LaNA).

il divario di genere in matematica non è sostanzialmente cambiato nella maggior parte dei paesi con dati comparabili (57 sui 72 coinvolti nello studio del 2018), si è ampliato in 11 paesi e si è ridotto in 4. Come si vede dalla Figura 1, l'Italia è uno dei paesi in cui il divario in favore dei ragazzi è aumentato e risulta, inoltre, il paese in cui tale divario è più marcato, come anche nella rilevazione del 2018.

Countries/economies with a mean score **above** the OECD average

Countries/economies with a mean score **not significantly different** from the OECD average

Countries/economies with a mean score **below** the OECD average

	Mathematics performance			
	Girls	Boys	Difference between boys and girls	Short-term change in gender gap (PISA 2018 to PISA 2022) [1]
	Mean score	Mean score	Score dif.	Score dif.
OECD average	468	477	**9**	**4**
Albania	378	359	**-19**	**-14**
Jordan	368	353	**-15**	-9
Philippines	362	348	**-14**	-3
Jamaica*	384	370	**-13**	m
Brunei Darussalam	448	437	**-11**	-4
Malaysia	414	403	**-10**	-4
Qatar	418	410	**-8**	**16**
United Arab Emirates	435	428	**-7**	2
Indonesia	369	362	**-6**	3
North Macedonia	392	386	**-6**	1
Thailand	397	391	-6	10
Bulgaria	420	415	-6	-4
Mongolia	427	422	**-6**	m
Georgia	393	387	-5	-1
Finland	487	482	**-5**	1
Dominican Republic	341	337	**-4**	-1
Cambodia	338	334	-4	-5
Morocco	367	363	**-4**	-5
Slovenia	485	484	-2	-2
Norway	469	468	-1	6
Montenegro	406	405	0	**-9**
Kazakhstan	426	425	0	-2
Slovak Republic	463	465	1	-3
Malta	465	467	1	**14**
Saudi Arabia	388	390	2	**15**
Sweden	481	483	2	3
Iceland	457	461	3	**13**
Panama*	355	358	4	-4
Moldova	412	416	4	6
Romania	425	430	5	0
Korea	525	530	5	1
Lithuania	473	478	**5**	8
Poland	486	492	6	4
Türkiye	450	456	6	1
Greece	427	433	6	6
Uzbekistan	361	367	**6**	m
Estonia	507	513	**6**	-2
El Salvador	340	347	**6**	m
Croatia	460	466	6	-2
Czech Republic	483	491	**7**	4
Belgium	486	493	8	-4

	Mathematics performance			
	Girls	Boys	Difference between boys and girls	Short-term change in gender gap (PISA 2018 to PISA 2022) [1]
	Mean score	Mean score	Score dif.	Score dif.
Brazil	375	383	**8**	0
Japan	531	540	**9**	-1
Colombia	378	387	**9**	**-11**
Latvia*	478	488	**10**	3
France	469	479	**10**	3
Spain	468	478	**10**	m
Viet Nam**	464	475	**10**	m
New Zealand*	474	484	**10**	2
Portugal	467	477	**11**	2
Netherlands*	487	498	**11**	**9**
Switzerland	502	513	**11**	4
Uruguay	403	414	**11**	3
Serbia	434	445	**11**	8
Argentina	372	383	**11**	-4
Israel	452	463	**11**	**20**
Australia*	481	493	**11**	5
Germany	469	480	**11**	4
Paraguay	332	343	**11**	-2
Denmark*	483	495	**12**	8
Mexico	389	401	**12**	0
Singapore	568	581	**12**	**8**
Canada*	491	503	**12**	**7**
Guatemala	338	351	**12**	1
Ireland*	485	498	**13**	7
United States*	458	471	**13**	5
United Kingdom*	482	496	**14**	2
Hungary	465	480	**15**	6
Costa Rica	377	392	**15**	-3
Peru	384	399	**15**	-1
Chile	403	420	**16**	**9**
Austria	478	497	**19**	6
Italy	461	482	**21**	6
Cyprus	426	411	**-16**	**-7**
Palestinian Authority	373	357	**-16**	m
Baku (Azerbaijan)	401	394	**-7**	**-15**
Kosovo	355	355	0	-4
Chinese Taipei	544	550	6	2
Hong Kong (China)*	536	544	**9**	**14**
Ukrainian regions (18 of 27)	436	446	**10**	m
Macao (China)	544	559	**15**	**12**

Figura 1. Divario di genere evidenziato in matematica nella rilevazione PISA 2022. Una differenza di punteggio (score difference) positiva indica che la differenza tra maschi e femmine in matematica è aumentata tra PISA 2018 e PISA 2022; una differenza n negativa indica il contrario. I valori statisticamente significativi sono riportati in grassetto. Fonte: OECD, PISA 2022 Database.

2.3.2 Il gender gap nei risultati IEA TIMSS

Lo studio TIMSS valuta invece le competenze degli studenti di grado 4 e 8 (rispettivamente quarto anno della scuola primaria e terzo anno della secondaria di primo grado) in matematica e scienze. L'ultima rilevazione, condotta nel 2023, ha visto la partecipazione di 59 paesi e 6 stati benchmark[3] per il grado 4 e 44 paesi e 3 stati benchmark[4] per il grado 8.

Il report ufficiale riporta l'analisi generale dei dati raccolti e anche alcune sezioni con focus specifici su diversi argomenti, tra cui le differenze di genere (von Davier et al., 2024).I dati relativi agli studenti del grado 4 in matematica evidenziano la presenza di un divario di genere diffuso: in 40 paesi, i bambini hanno ottenuto punteggi medi superiori rispetto alle bambine; solo in Sud Africa le bambine hanno superato significativamente i bambini, mentre nei 17 restanti paesi non si osservano differenze di genere significative, come si può vedere in Figura 2. Sebbene non sia il paese con il divario di genere maggiore in favore dei maschi, l'Italia si colloca comunque tra i paesi nei quali tale fenomeno è più accentuato. I risultati del grado 8 delineano una situazione simile, come mostrato in Figura 3: infatti, considerando i 42 paesi con dati paragonabili a livello internazionale, emerge che in 21 di essi i ragazzi hanno ottenuto mediamente risultati migliori rispetto alle ragazze, mentre solo in 4 è accaduto l'opposto. Nei restanti paesi, la differenza tra i risultati medi di ragazzi e ragazze non è

[3] Gli stati benchmark sono specifiche regioni o popolazioni all'interno di uno stato. L'Iraq e la Regione del Kurdistan hanno somministrato la prova agli studenti di grado 4, ma non sono inclusi nei risultati internazionali TIMSS 2023 a causa di problemi di qualità dei dati.

[4] I dati provenienti dalla Nuova Zelanda e dalla Costa D'Avorio non sono confrontabili a livello internazionale in quanto la prima non ha soddisfatto le linee giuda per il tasso minimo di partecipazione delle scuole, mentre i risultati medi della seconda non possono essere misurati in modo affidabile (la percentuale di studenti con risultati troppo bassi per essere stimati supera il 25%).

risultata statisticamente significativa. Anche in questo caso, l'Italia è uno dei paesi in cui il divario in favore dei ragazzi è maggiore. Nel complesso, confrontando tali risultati con quelli del 2019, ciclo immediatamente precedente, si evidenzia un aumento delle differenze di genere sia per il grado 4 che per il grado 8 (per il report 2019 si veda Mullis et al., 2020). Nel 2019, per il grado 4, si riscontrava un divario in favore dei bambini in 27 paesi, mentre nel 2023 per lo stesso grado si ha un divario in favore dei bambini in 40 paesi. Similmente, anche il numero di paesi nei quali si è osservata una differenza in favore delle bambine è diminuito dai 4 paesi del 2019 all'unico del 2023. Per il grado 8, si è passati dalla sostanziale equità riscontrata nei risultati medi del 2019 a una situazione nuovamente sbilanciata: in 10 paesi, infatti, si evidenzia un divario in favore dei ragazzi, rispetto ai 6 del 2019; in 4 paesi si ha la situazione opposta, contro i 7 paesi del 2019. I paesi in cui non si ha riscontro di un divario statisticamente significativo diminuiscono infine dai 26 del 2019 ai 17 del 2023. Ciò è particolarmente rilevante in quanto i report internazionali precedenti sottolineano come il divario di genere, nella maggior parte dei paesi, tra il 2009 e il 2018 fosse rimasto pressoché stabile o addirittura fosse diminuito (Giberti, 2019; Mullis et al., 2020). A livello storico, il divario di genere in favore dei maschi in Italia, anche secondo le rilevazioni TIMSS prosegue nella tendenza di crescita già evidenziata nel 2019 (INVALSI, 2024a).

Paese	Femmine		Maschi		Differenza di genere	Differenza di genere
	Percentuale di studenti	Punteggio medio	Percentuale di studenti	Punteggio medio		Femmine (punteggio più alto) / Maschi (punteggio più alto)
Sud Africa (5)	50 (0,7)	376 (3,7)	50 (0,7)	348 (4,3)	-29 (3,9)	
Rep. Islamica dell' Iran	49 (1,6)	425 (5,1)	51 (1,6)	414 (6,1)	-10 (7,6)	
Giordania	52 (2,6)	431 (8,4)	48 (2,6)	422 (5,8)	-9 (9,9)	
Bahrain	48 (1,1)	466 (5,5)	52 (1,1)	458 (5,1)	-8 (6,5)	
Azerbaigian	46 (0,8)	496 (4,1)	54 (0,8)	493 (3,6)	-3 (3,3)	
Macedonia del Nord	50 (0,7)	474 (3,7)	50 (0,7)	474 (4,1)	0 (3,1)	
Oman	50 (0,6)	421 (3,9)	50 (0,6)	422 (4,4)	1 (2,3)	
2 Armenia	49 (1,0)	512 (3,3)	51 (1,0)	513 (3,0)	1 (2,9)	
Marocco	48 (0,9)	392 (4,9)	52 (0,9)	394 (5,2)	2 (4,1)	
3 Arabia Saudita	49 (1,0)	418 (6,0)	51 (1,0)	421 (5,2)	3 (7,5)	
2 Albania	48 (1,8)	510 (5,2)	52 (1,8)	513 (5,4)	3 (3,7)	
1 Bosnia ed Erzegovina	50 (1,1)	445 (3,4)	50 (1,1)	449 (3,8)	3 (3,1)	
Bulgaria	47 (0,8)	528 (3,8)	53 (0,8)	532 (4,2)	3 (3,5)	
1 Georgia	50 (0,8)	495 (3,5)	50 (0,8)	500 (3,7)	5 (3,8)	
Uzbekistan	49 (0,9)	441 (3,6)	51 (0,9)	446 (3,5)	6 (3,2)	
Finlandia	49 (0,9)	526 (2,8)	51 (0,9)	532 (2,9)	6 (2,7)	
2 Romania	49 (1,0)	539 (5,2)	51 (1,0)	545 (5,3)	6 (4,2)	
Irlanda	49 (1,3)	542 (3,8)	51 (1,3)	549 (3,4)	6 (4,0)	
Taipei Cinese	48 (0,5)	603 (2,0)	52 (0,5)	611 (2,2)	7 (2,3)	
Kuwait	51 (2,1)	378 (6,1)	49 (2,1)	386 (6,4)	8 (8,9)	
Lettonia	49 (1,2)	530 (3,6)	51 (1,2)	538 (3,0)	8 (3,6)	
Slovenia	49 (0,8)	509 (2,2)	51 (0,8)	519 (2,2)	10 (2,5)	
Giappone	51 (0,5)	586 (2,5)	49 (0,5)	596 (2,7)	10 (2,5)	
2 Kosovo	48 (0,9)	446 (3,4)	52 (0,9)	457 (4,3)	11 (3,5)	
2 Polonia	50 (0,9)	541 (2,4)	50 (0,9)	551 (2,7)	11 (3,2)	
2 Serbia	51 (0,9)	518 (3,5)	49 (0,9)	528 (4,0)	11 (3,7)	
2 Montenegro	48 (0,8)	471 (2,7)	52 (0,8)	483 (2,1)	12 (2,4)	
3 Singapore	49 (0,5)	609 (3,1)	51 (0,5)	621 (3,1)	12 (2,4)	
2 Lituania	49 (0,8)	554 (3,2)	51 (0,8)	567 (3,2)	13 (2,5)	
2 Brasile	50 (0,6)	394 (3,5)	50 (0,6)	406 (4,0)	13 (2,9)	
2 Kazakistan	49 (0,6)	480 (3,9)	51 (0,6)	494 (3,8)	13 (2,6)	
Germania	49 (0,7)	517 (2,5)	51 (0,7)	530 (2,5)	13 (2,6)	
Emirati Arabi Uniti	49 (0,7)	491 (1,8)	51 (0,7)	505 (1,5)	14 (2,2)	
1 Hong Kong (Cina)	49 (1,2)	587 (4,3)	51 (1,2)	601 (4,4)	14 (3,3)	
3 Turchia (5)	48 (1,2)	546 (4,5)	52 (1,2)	560 (5,0)	14 (4,7)	
2 Norvegia (5)	50 (0,8)	523 (2,4)	50 (0,8)	538 (2,4)	15 (2,7)	
2 Rep. Ceca	49 (0,7)	523 (2,2)	51 (0,7)	538 (2,8)	15 (2,6)	
1 Danimarca	51 (0,8)	516 (2,4)	49 (0,8)	532 (2,6)	15 (2,6)	
2 Svezia	51 (0,8)	522 (3,0)	49 (0,8)	538 (3,3)	16 (2,8)	
2 1 Cile	47 (1,1)	435 (3,0)	53 (1,1)	452 (3,3)	17 (2,9)	
Rep. Slovacca	50 (0,9)	506 (3,8)	50 (0,9)	523 (3,1)	17 (3,2)	
Rep. di Corea	50 (0,5)	586 (3,1)	50 (0,5)	603 (2,9)	17 (2,9)	
1 Paesi Bassi	50 (0,8)	528 (2,5)	50 (0,8)	546 (2,4)	17 (2,8)	
2 Spagna	49 (0,6)	489 (2,1)	51 (0,6)	507 (2,6)	18 (2,1)	
2 1 Stati Uniti	49 (0,5)	508 (3,0)	51 (0,5)	526 (3,5)	18 (2,1)	
Ungheria	50 (0,9)	511 (3,3)	50 (0,9)	529 (4,3)	18 (2,8)	
2 Inghilterra	50 (0,9)	543 (3,5)	50 (0,9)	561 (3,1)	18 (3,5)	
2 1 Belgio (Fiammingo)	49 (0,7)	511 (3,2)	51 (0,7)	530 (2,8)	18 (3,5)	
Macao (Cina)	48 (0,7)	572 (1,4)	52 (0,7)	592 (1,6)	20 (2,1)	
1 3 Canada	51 (0,6)	494 (2,1)	49 (0,6)	514 (2,5)	20 (2,2)	
2 Cipro	49 (0,8)	506 (2,6)	51 (0,8)	526 (3,3)	21 (3,2)	
2 Belgio (Francese)	50 (0,9)	479 (2,7)	50 (0,9)	500 (2,8)	21 (2,4)	
2 1 Nuova Zelanda	49 (0,9)	479 (3,0)	51 (0,9)	501 (3,3)	21 (3,3)	
Qatar	49 (1,2)	453 (4,2)	51 (1,2)	474 (4,4)	21 (4,9)	
Portogallo	50 (0,7)	506 (3,1)	50 (0,7)	528 (3,3)	22 (3,0)	
2 Italia	48 (0,8)	501 (2,9)	52 (0,8)	524 (3,2)	22 (2,6)	
Australia	52 (1,0)	514 (2,9)	48 (1,0)	537 (3,1)	23 (3,3)	
2 Francia	50 (0,8)	473 (3,2)	50 (0,8)	496 (3,2)	23 (2,9)	
Media Internazionale	**49 (0,1)**	**498 (0,5)**	**51 (0,1)**	**508 (0,5)**	**11 (0,5)**	
Benchmarking Participants						
Abu Dhabi, UAE	50 (0,4)	453 (2,0)	50 (0,4)	464 (2,5)	11 (2,3)	
Sharjah, UAE	48 (0,7)	498 (4,3)	52 (0,7)	509 (2,8)	11 (3,1)	
Dubai, UAE	48 (2,2)	548 (2,7)	52 (2,2)	565 (1,8)	17 (3,2)	
2 Quebec, Canada	50 (0,8)	505 (3,0)	50 (0,8)	525 (3,1)	20 (2,7)	
3 Ontario, Canada	52 (1,0)	493 (3,4)	48 (1,0)	514 (4,4)	21 (3,7)	

80 40 0 40 80

Figura 2. Risultati medi in matematica nella rilevazione TIMSS 2023 per bambini e bambine del grado 4. Le barre in azzurro indicano risultati statisticamente significativi, quelle in grigio risultati non statisticamente significativi. Fonte: INVALSI, Rapporto Nazionale TIMSS 2023.

Paese	Femmine		Maschi		Differenza di genere	Differenza di genere
	Percentuale di studenti	Punteggio medio	Percentuale di studenti	Punteggio medio		Femmine (punteggio più alto) / Maschi (punteggio più alto)
Ψ Autorità Nazionale Palestinese	49 (2,7)	391 (4,1)	51 (2,7)	372 (4,2)	-19 (5,8)	
Oman	48 (0,8)	418 (3,2)	52 (0,8)	404 (3,7)	-15 (4,3)	
Giordania	48 (2,1)	394 (4,1)	52 (2,1)	383 (5,3)	-11 (7,1)	
Bahrain	49 (0,8)	431 (2,7)	51 (0,8)	422 (3,7)	-9 (4,3)	
Ψ Sud Africa (9)	51 (0,8)	401 (3,6)	49 (0,8)	393 (3,4)	-8 (2,9)	
Taipei Cinese	48 (0,8)	605 (3,4)	52 (0,8)	600 (3,8)	-4 (3,7)	
2 Arabia Saudita	48 (0,5)	399 (4,3)	52 (0,5)	395 (4,6)	-4 (6,0)	
Azerbaigian	48 (0,8)	480 (3,9)	52 (0,8)	478 (4,4)	-2 (3,8)	
3 † Turchia	51 (1,7)	509 (4,5)	49 (1,7)	508 (5,8)	-2 (5,8)	
Malesia	52 (1,1)	411 (3,7)	48 (1,1)	410 (3,9)	-1 (3,1)	
Ψ Rep. Islamica dell' Iran	49 (1,4)	423 (5,5)	51 (1,4)	423 (5,2)	0 (8,0)	
2 Norvegia (9)	47 (0,7)	500 (2,7)	53 (0,7)	501 (2,6)	1 (2,8)	
Finlandia	49 (0,9)	503 (2,8)	51 (0,9)	505 (3,0)	2 (2,7)	
2 Romania	48 (1,1)	495 (5,4)	52 (1,1)	496 (5,3)	2 (4,5)	
Ψ Kuwait	49 (1,4)	398 (5,5)	51 (1,4)	400 (8,2)	2 (9,3)	
Kazakistan	47 (0,8)	452 (4,0)	53 (0,8)	456 (3,6)	4 (2,7)	
Cipro	49 (0,7)	491 (3,2)	51 (0,7)	496 (3,2)	5 (3,4)	
Rep. di Corea	49 (1,0)	593 (3,6)	51 (1,0)	599 (3,5)	6 (3,5)	
Malta	50 (0,7)	496 (1,9)	50 (0,7)	502 (2,0)	6 (3,1)	
3 Singapore	48 (2,3)	602 (6,9)	52 (2,3)	608 (8,3)	7 (9,4)	
2 Austria	49 (1,0)	509 (2,4)	51 (1,0)	515 (2,8)	7 (2,6)	
2 Svezia	49 (0,7)	514 (2,8)	51 (0,7)	521 (2,8)	7 (2,7)	
Marocco	50 (0,6)	374 (3,4)	50 (0,6)	381 (3,1)	7 (2,4)	
2 Lituania	50 (0,8)	510 (3,1)	50 (0,8)	517 (3,9)	7 (3,2)	
Qatar	48 (2,1)	448 (4,9)	52 (2,1)	455 (5,9)	7 (6,8)	
† Hong Kong (Cina)	49 (1,6)	571 (5,5)	51 (1,6)	578 (6,4)	7 (6,3)	
† Georgia	49 (0,8)	463 (3,5)	51 (0,8)	471 (3,9)	8 (3,6)	
Uzbekistan	50 (0,9)	416 (3,7)	50 (0,9)	426 (5,8)	11 (4,7)	
Francia	50 (0,7)	473 (3,5)	50 (0,7)	484 (3,4)	12 (2,8)	
Emirati Arabi Uniti	49 (0,4)	482 (1,9)	51 (0,4)	495 (2,2)	13 (2,2)	
Australia	47 (1,7)	502 (4,2)	53 (1,7)	515 (4,3)	13 (5,0)	
† Giappone	49 (1,3)	588 (3,4)	51 (1,3)	601 (3,5)	14 (3,5)	
Irlanda	47 (1,6)	514 (3,5)	53 (1,6)	528 (3,0)	14 (3,5)	
2 Stati Uniti	49 (0,7)	481 (4,3)	51 (0,7)	495 (4,4)	14 (2,6)	
Portogallo	49 (1,0)	468 (3,4)	51 (1,0)	482 (2,9)	14 (3,3)	
3 Israele	50 (1,0)	480 (4,2)	50 (1,0)	495 (4,6)	15 (4,5)	
Ungheria	50 (1,0)	498 (3,8)	50 (1,0)	514 (4,6)	16 (4,0)	
Italia	49 (0,7)	492 (3,4)	51 (0,7)	509 (3,3)	16 (3,0)	
2 Rep. Ceca	48 (0,7)	508 (2,5)	52 (0,7)	528 (2,6)	19 (2,4)	
Ψ Brasile	50 (0,5)	368 (2,8)	50 (0,5)	388 (3,2)	21 (2,4)	
† Cile	49 (1,1)	405 (3,5)	51 (1,1)	427 (3,7)	22 (3,2)	
2 Inghilterra	50 (2,0)	512 (5,0)	50 (2,0)	538 (5,9)	26 (6,5)	
Media Internazionale	**49 (0,2)**	**475 (0,6)**	**51 (0,2)**	**481 (0,7)**	**6 (0,7)**	
※ Costa d'Avorio	49 (1,4)	258 (8,7)	51 (1,4)	268 (3,7)	10 (8,7)	
Nuova Zelanda	46 (1,7)	473 (5,2)	54 (1,7)	496 (5,8)	23 (7,5)	
Benchmarking Participants						
Abu Dhabi, UAE	50 (0,5)	450 (3,3)	50 (0,5)	458 (3,5)	8 (3,9)	
Sharjah, UAE	50 (0,8)	491 (5,3)	50 (0,8)	500 (5,3)	9 (4,7)	
Dubai, UAE	48 (0,7)	534 (3,4)	52 (0,7)	557 (3,8)	23 (4,6)	

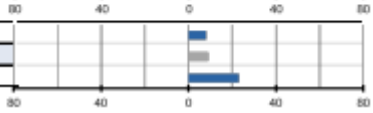


Figura 3. Risultati medi in matematica nella rilevazione TIMSS 2023 per ragazzi e ragazze del grado 8. Le barre in azzurro indicano risultati statisticamente significativi, quelle in grigio risultati non statisticamente significativi. Fonte: INVALSI, Rapporto Nazionale TIMSS 2023.

2.3.3 Il gender gap in matematica in Italia: i risultati INVALSI

Analizzando l'andamento dei punteggi degli studenti italiani nelle rilevazioni internazionali si può notare che, nonostante il miglioramento generale dei punteggi, il divario tra i generi è rimasto sempre significativo, seppur con alcune oscillazioni, e anzi sembra che negli ultimi anni si stia ampliando (Ferretti & Giberti, 2021; Giberti, 2019; von Davier et al., 2024).

La presenza e l'entità del gender gap in favore dei ragazzi italiani in matematica trova riscontro anche nei risultati delle rilevazioni nazionali su larga scala, svolte annualmente da INVALSI mediante la somministrazione di prove standardizzate agli studenti di diversi gradi scolastici. Attualmente, sono coinvolti nelle rilevazioni INVALSI gli studenti dei gradi 2, 5, 8, 10, 13 (rispettivamente secondo e quinto anno della scuola primaria, terzo anno della scuola secondaria di primo grado e secondo e quinto anno della scuola secondaria di secondo grado). Essendo la rilevazione censuaria, le prove vengono somministrate a tutti gli studenti dei gradi coinvolti nella rilevazione e i risultati restituiti alle singole scuole e istituzioni interessate. Tuttavia, per analizzare i risultati a livello nazionale, si fa riferimento a un sottocampione rappresentativo di studenti selezionato secondo un metodo a due stadi: nel primo stadio vengono campionate le scuole mentre nel secondo le classi, solitamente due per ogni scuola selezionata. Il campione nazionale così costituito risulta rappresentativo del Paese a livello di cinque macro-aree geografiche (Nord Ovest, Nord Est, Centro, Sud, Sud e isole) (INVALSI, 2025). Riguardo ai contenuti, le prove INVALSI valutano le competenze degli studenti in italiano, matematica e inglese; in questo contesto naturalmente concentreremo la nostra attenzione esclusivamente sulla matematica.

Il rapporto INVALSI più recente (INVALSI, 2025), riferito alla somministrazione svolta nell'anno scolastico 2024-2025, conferma la presenza di un divario di genere in favore dei maschi in matematica statisticamente significativo in tutti i gradi scolastici coinvolti nella rilevazione. Questa tendenza emerge stabilmente da tutti i rapporti annuali recenti (INVALSI, 2019b; 2021; 2022; 2023; 2024), i quali sottolineano anche che il divario tende ad ampliarsi durante il percorso attraverso i diversi gradi scolastici. Ad oggi, al termine del secondo ciclo di istruzione (grado 13), le ragazze in matematica ottengono un punteggio mediamente più basso di 7,6 punti rispetto ai ragazzi dello stesso grado scolastico, svantaggio stimabile in poco meno di un intero anno scolastico di apprendimento (INVALSI, 2025). Ciò è in linea con i risultati di studi

precedenti che mostrano che, sebbene il divario tra maschi e femmine non sia particolarmente marcato all'inizio della scuola primaria, questo inizia a crescere al termine della scuola primaria e subisce un'accelerazione durante gli anni della scuola secondaria di secondo grado (Contini et al., 2017). Inoltre, la differenza di genere nei risultati delle prove di matematica non è costante lungo la scala delle abilità. I dati INVALSI, infatti, confermano quello che emerge anche nelle rilevazioni internazionali, ovvero che il divario in favore dei maschi si accentua ai livelli più alti (INVALSI, 2019b; 2021). Ad esempio, nella rilevazione 2021 per il grado 13, in matematica gli studenti che si sono posizionati al livello più alto risultavano per il 61% maschi e solo per il 39% femmine. Infine, ulteriori evidenze legate al divario di genere sono emerse rispetto al tipo di scuola frequentata: al grado 10, il divario in favore dei ragazzi in matematica risulta statisticamente significativo solo negli istituti tecnici, mentre al grado 13 i ragazzi ottengono risultati migliori delle ragazze in tutti i tipi di scuola, sebbene non sempre in modo statisticamente significativo (INVALSI, 2019b; 2021).

2.3.4 Cause del gender gap in matematica

Come emerge dai rapporti nazionali e internazionali finora analizzati, il divario di genere in matematica è un fenomeno complesso e articolato, non attribuibile a differenze biologiche o cognitive tra maschi e femmine. La letteratura degli ultimi decenni ha ampiamente discusso i fattori che sembrano influenzare tale divario, nel complesso riconducibili alle seguenti aree (Kanny et al., 2014):

- caratteristiche individuali (etnia, status socioeconomico, ecc.);
- influenza della famiglia (ruoli di genere in famiglia, aspettative anche implicite, accesso a giochi differenziati, opinioni dei genitori);
- barriere strutturali nell'istruzione obbligatoria (caratteristiche scolastiche e curricolari);
- fattori psicologici e affettivi (senso di autoefficacia, personalità, inclinazione verso la matematica);

- percezione della matematica in termini accademici e professionali.

In Italia in particolare, la ricerca si è concentrata sugli aspetti strutturali, culturali, psicologici e affettivi, evidenziando un complesso insieme di fattori che possono influenzare il divario di genere in favore dei ragazzi. Tra essi menzioniamo la bassa autostima e il ridotto senso di autoefficacia delle ragazze in ambito matematico (Bolondi et al., 2018), ma anche le pratiche didattiche e valutative, in quanto le studentesse tendono a preferire strategie già note e consolidate, mentre gli studenti mostrano maggiore propensione a sperimentare soluzioni originali (Bolondi et al., 2017; Giberti, 2019). Infine, i rapporti INVALSI (2019b; 2021) mettono in luce anche il ruolo giocato dal formato della prova e dalle modalità di somministrazione. Più precisamente, le domande a scelta multipla favoriscono i maschi, mentre le femmine ottengono risultati migliori con le domande a risposta aperta. Rispetto alla modalità di somministrazione, invece, proporre una prova su supporto digitale sembra penalizzare leggermente le ragazze, a differenza del formato cartaceo.

2.4 Domande di ricerca

Dalla literature review del capitolo precedente emerge la necessità di approfondire ulteriormente il tema della difficoltà percepita. Infatti, gli studi più recenti si stanno muovendo in questa direzione ma, attualmente, è ancora evidente il bisogno di strutturare la ricerca convergente in questo filone. In primo luogo, appare importante esplorare in modo più sistematico il punto di vista degli studenti rispetto alla difficoltà da loro percepita riguardo a quesiti matematici. Inoltre, in una prospettiva più ampia, uno sviluppo naturale della ricerca concentrata sulla difficoltà percepita passa per la creazione di una definizione teorica strutturata di "difficoltà percepita", partendo dalla definizione operativa presente ad oggi in letteratura. Per arrivare a ciò, appare sensato approfondire dal punto di vista quantitativo gli studi qualitativi che hanno permesso di individuare e definire le macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita,

confermando la loro esistenza, struttura ed eventuali relazioni presenti tra di esse.

La ricerca presentata in questo lavoro si inserisce nel contesto appena richiamato, basandosi sul quadro teorico presentato nei paragrafi precedenti. Tale quadro teorico risulta essenziale proprio a causa dello stato dell'arte descritto; tuttavia, presenta a nostro avviso tutti gli elementi necessari per costituire base e chiave interpretativa alla ricerca svolta. La ricerca si focalizza sulla difficoltà percepita dagli studenti in relazione a quesiti di matematica, valutata in particolare nei momenti successivi alla loro risoluzione. L'obiettivo principale è quello di analizzare come gli studenti percepiscano la difficoltà di quesiti matematici considerati difficili, secondo la definizione fornita da Mullis et al. (2021), e indagare il peso relativo che i fattori presenti all'interno delle diverse macrocategorie hanno nella determinazione della difficoltà percepita, a seconda del quesito e dello studente. Si è scelto di concentrarsi su quesiti di geometria, in quanto ambito già oggetto di studi qualitativi riguardo alla difficoltà percepita e quindi ritenuto particolarmente adatto come punto di partenza per un approfondimento dei risultati ottenuti (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a).

La ricerca in oggetto permetterà di validare empiricamente le macrocategorie e le sottocategorie individuate in letteratura, la loro struttura e le eventuali relazioni che le legano; inoltre, consentirà di muovere i primi passi verso la costruzione di un "profilo" dello studente in termini di difficoltà percepita, utile nella personalizzazione della didattica. L'obiettivo più ampio dell'intera linea di ricerca, coerentemente con i gap presenti nella letteratura, è giungere, in prospettiva, a una definizione formale solida di difficoltà percepita, specifica per la didattica della matematica e basata sui fattori che contribuiscono a determinarla.

In questo contesto, le domande di ricerca a cui si intende rispondere possono essere formulate come segue:

- **DdR1**: Quanto sono allineate la difficoltà e la difficoltà percepita dagli studenti rispetto a un quesito difficile di ambito geometrico?

- **DdR2**: Qual è il peso relativo delle diverse macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita di un quesito difficile di ambito geometrico?

Entrambe le domande fanno riferimento al concetto di difficoltà oggettiva di un quesito matematico, declinato in due modi differenti. La DdR1 intende infatti confrontare difficoltà oggettiva e difficoltà percepita, focalizzandosi su una valutazione quantitativa delle stesse, mentre la DdR2 indaga maggiormente quali sono gli aspetti che compongono la difficoltà percepita rispetto ai quesiti scelti, concentrandosi su una caratterizzazione piuttosto che su una quantificazione della difficoltà percepita. In entrambe le domande, inoltre, viene utilizzato il concetto di "quesito difficile", che necessita di una definizione precisa (si veda il paragrafo 2.1.3).

Inoltre, considerando le differenze di genere che si evidenziano in matematica in favore dei ragazzi a livello internazionale e, soprattutto, alla luce della rilevanza che tali differenze assumono nel contesto italiano, appare urgente progettare e implementare degli interventi didattici mirati che promuovano un coinvolgimento equilibrato di studenti e studentesse nella pratica matematica, con l'obiettivo di rendere la disciplina stessa più inclusiva ed equa (Ferrara et al., 2021). Proprio per raggiungere tale obiettivo, riteniamo fondamentale approfondire la prospettiva degli studenti rispetto alla difficoltà percepita anche dal punto di vista delle differenze di genere. Nella risoluzione di un quesito matematico, infatti, le differenze di genere si concretizzano non solo nei tassi di successo, ovvero una maggior percentuale di risposte corrette da parte dei ragazzi, ma anche nella tipologia di strategie applicate ed errori commessi (Giberti et al., 2016). Di conseguenza, si ritiene utile analizzare la difficoltà percepita evidenziando eventuali differenze di genere, relative sia all'entità della percezione che alle macrocategorie di fattori che la influenzano, rispettivamente, per ragazzi e ragazze. Si formula, quindi, una terza domanda di ricerca nei seguenti termini:

- **DdR3**: In che modo differisce la difficoltà percepita di studenti e studentesse rispetto a quesiti di geometria difficili?

La DdR3, quindi, intende indagare a livello generale le eventuali differenze di genere nella difficoltà percepita da studenti e studentesse. Anche in questo caso, i concetti di difficoltà oggettiva e difficoltà percepita risultano centrali nella formulazione della domanda, la cui caratterizzazione principale è però fornita dal contesto di genere.

Capitolo III

Metodi

3.1 Disegno della ricerca

Come emerge dalle domande di ricerca formulate nel capitolo precedente, l'obiettivo della ricerca in oggetto è analizzare la difficoltà percepita degli studenti rispetto a un quesito matematico, confrontarla con la difficoltà oggettiva e individuare il peso che i diversi fattori hanno nella determinazione della stessa, interpretando il tutto anche secondo una prospettiva di genere. Non rientra, quindi, negli obiettivi della ricerca la costruzione di uno strumento che possa rilevare e quantificare la difficoltà percepita e i fattori che la influenzano; tuttavia, è necessario premettere che, secondo lo stato attuale dell'arte, descritto nel Capitolo II, un simile strumento ad oggi non è stato ancora sviluppato. Di conseguenza, si evidenzia un nodo concettuale di primaria importanza che caratterizza le ricerche che esaminano temi nuovi e non ancora strutturati in letteratura, come ad esempio la difficoltà percepita. Per poter approfondire la conoscenza della difficoltà percepita è necessario uno strumento che la misuri nei suoi diversi aspetti; viceversa, per costruire tale strumento, è necessaria una conoscenza completa e definita della difficoltà percepita.

La scelta del metodo, e conseguentemente della struttura della ricerca, è seguita direttamente dalle considerazioni appena esplicitate. Infatti, anche a causa del carattere di novità del tema di ricerca, nella fase iniziale non erano chiare le variabili da analizzare, le domande da porre ai soggetti coinvolti nella ricerca ed era chiara la necessità di creare uno strumento per farlo. La situazione descritta ha portato naturalmente alla scelta di un disegno di ricerca *mixed methods*, rappresentando un caso esemplare in cui tale approccio risulta particolarmente appropriato (Creswell & Creswell, 2018; Creswell & Plano Clark, 2011).

3.1.1 Ricerca *mixed methods*: definizione e caratteristiche

Una ricerca *mixed methods* (*mixed methods research*) mescola o integra elementi quantitativi e qualitativi, quali tecniche di raccolta dati, metodi, approcci, concetti e linguaggi all'interno di un singolo studio (Johnson & Onwuegbuzie, 2004). Creswell e Creswell (2018), infatti, affermano che la ricerca *mixed methods*:

"[…] è un approccio all'indagine che prevede la raccolta sia di dati quantitativi sia di dati qualitativi, la loro integrazione e l'utilizzo di disegni di ricerca distinti che possono includere assunzioni filosofiche e quadri teorici specifici. L'assunto fondamentale di questo tipo di indagine è che l'integrazione dei dati qualitativi e quantitativi consente di ottenere una comprensione più approfondita rispetto a quella che si potrebbe ricavare dai soli dati quantitativi o qualitativi." (Creswell & Creswell, 2018, libera traduzione dell'autrice).

Una ricerca *mixed methods* risulta quindi caratterizzata non solo dall'uso di metodi qualitativi e quantitativi, come suggerito dal nome, ma anche dalla loro integrazione in una o più fasi della ricerca e soprattutto dalla ricchezza aggiuntiva che tale integrazione comporta. Chiaramente, un approccio di questo tipo non deve essere considerato come un sostituto dei metodi qualitativi o quantitativi: la scelta del metodo, infatti, risulta guidata dalle domande di ricerca, che possono essere anche prettamente qualitative o quantitative. Tuttavia, vi sono domande di ricerca alle quali non può essere data risposta usando un solo tipo di metodo. In questi casi, i *mixed methods* risultano particolarmente appropriati in quanto uniscono i punti di forza dei metodi quantitativi e qualitativi, minimizzandone al contempo le debolezze (Creswell & Plano Clark, 2011). In questo senso, la ricerca *mixed methods* si pone al di fuori della classica contrapposizione tra ricerca qualitativa e quantitativa, legittimando la libertà del ricercatore di utilizzare approcci differenti per rispondere alle domande di ricerca. A livello strutturale, i rapporti tra suddetti tre approcci vengono descritti

principalmente in due modi, inquadrando la ricerca *mixed methods* come il completamento naturale dei due approcci tradizionalmente utilizzati (Johnson & Onwuegbuzie, 2004). Situando la ricerca qualitativa e la ricerca quantitativa rispettivamente ai due estremi di un continuum, la ricerca *mixed methods* è tutto ciò che è compreso in quel continuum nel quale i due tipi di ricerca si mescolano in proporzioni variabili. Ricorrendo invece a un'immagine che evidenzi maggiormente gli aspetti di categorizzazione, la ricerca *mixed methods* va ad occupare una nuova posizione tra ricerca qualitativa e quantitativa, che si posizionano rispettivamente alla sua sinistra e alla sua destra.

Le ricerche *mixed methods* possono essere implementate secondo numerosi disegni, assumendo così strutture potenzialmente molto variabili. Per descriverle e distinguerle, si fa riferimento a criteri basati sulle loro caratteristiche, che derivano dalla rielaborazione di diversi criteri descritti in letteratura (Creswell et al, 2003):

- implementazione della raccolta dati, che consiste nel modo in cui il ricercatore organizza la raccolta dei dati qualitativi e quantitativi. La raccolta può infatti essere simultanea o in parallelo (*concurrent*) oppure sequenziale (*sequential*), con la raccolta qualitativa svolta prima della quantitativa o viceversa;
- priorità, ovvero l'enfasi o il ruolo di maggior rilievo attribuito alla fase qualitativa o quantitativa. In questo senso, le due fasi possono avere uguale rilievo, oppure una delle due può assumere un ruolo preminente;
- fase in cui ha luogo l'integrazione, che indica il momento della ricerca nel quale avviene l'integrazione tra i metodi qualitativi e quantitativi. Suddetta integrazione può avvenire, in modi diversi, durante la presentazione delle domande di ricerca, la raccolta dati, l'analisi dei dati, la loro interpretazione o anche in più momenti;

- prospettiva teorica, ovvero il quadro teorico all'interno del quale la ricerca è situata, che può essere implicitamente suggerito oppure espresso esplicitamente.

Dalla combinazione delle diverse possibilità descritte derivano numerosi disegni di ricerca *mixed methods* possibili (Creswell & Creswell, 2018; Creswell & Plano Clark, 2011). In questa sede, introdurremo solo i sei ritenuti principali (Creswell et al, 2003) e ci soffermeremo in seguito su quello utilizzato nella ricerca in oggetto (disegno sequenziale esplorativo). Di seguito riportiamo i principali disegni di ricerca *mixed methods*:

- disegno sequenziale esplicativo (*sequential explanatory design*), un disegno in cui a una prima fase quantitativa segue una fase qualitativa, i cui risultati vengono utilizzati per spiegare quanto ottenuto nella fase quantitativa;
- disegno sequenziale esplorativo (*sequential exploratory design*), un disegno in cui a una fase qualitativa segue una fase quantitativa. Questo disegno viene solitamente impiegato quando si vuole esplorare un fenomeno o testare elementi di una teoria emergente;
- disegno sequenziale trasformativo (*sequential transformative design*), disegno sempre strutturato in due fasi sequenziali che possono essere qualitativa seguita da quantitativa o quantitativa seguita da qualitativa. È caratterizzato da una prospettiva teorica ben definita che guida lo studio e ha una prospettiva trasformativa, mirando ad obiettivi quali dare voce a gruppi poco rappresentati, ad esempio;
- disegno di triangolazione in parallelo (*concurrent triangolation design*), un disegno in cui fase qualitativa e quantitativa vengono svolte parallelamente, i dati analizzati separatamente e infine i risultati confrontati e integrati per ottenere conclusioni più solide;

- disegno annidato in parallelo (*concurrent nested design*), disegno in cui la fase qualitativa e quella quantitativa vengono svolte parallelamente ma in cui una delle due risulta predominante. Spesso questo disegno deriva dalla necessità di dati aggiuntivi per rispondere alle domande di ricerca rispetto a quelli raccolti nel dataset principale;
- disegno trasformativo in parallelo (*concurrent transformative design*), un disegno simile a quello trasformativo sequenziale, con la differenza che, in questo caso, le due fasi sono svolte contemporaneamente secondo una struttura che può essere annidata o di triangolazione.

Esistono poi disegni di ricerca *mixed methods* più strutturati e multifase, ovvero articolati su più di due fasi ordinate in modo sequenziale, parallelo o una combinazione dei due.

Nell'ambito della didattica della matematica, gli studi basati su *mixed methods* sono sempre più diffusi sulle riviste di settore, sebbene i metodi unicamente qualitativi o quantitativi restino comunque maggiormente rappresentati (Hart et al., 2009). Dalla literature review citata appare evidente che anche in didattica della matematica non esiste un prototipo classico di ricerca *mixed methods*. Questo tipo di ricerche sono, infatti, per loro stessa natura, declinabili in molti modi diversi e soprattutto estremamente flessibili.

3.1.2 Ricerca *mixed methods* di tipo sequenziale esplorativo

Come anticipato, esaminiamo sinteticamente le caratteristiche della ricerca *mixed methods* di tipo sequenziale esplorativo, disegno adottato per lo sviluppo del presente studio. Per chiarezza, faremo riferimento alla notazione introdotta da Morse (1991), che traduce in simboli le principali caratteristiche dei disegni di ricerca *mixed methods* spiegandoli anche a livello visivo. Tale notazione prevede l'uso del segno + per indicare che le fasi di raccolta dati qualitativi e quantitativi si sono svolte in modo concorrenziale; viene invece utilizzato il simbolo → per disegni di tipo

sequenziale. Inoltre, fase qualitativa e fase quantitativa vengono solitamente abbreviate rispettivamente come “qual” e “quan”, e viene utilizzato il maiuscolo per indicare la priorità (fase alla quale viene attribuito maggior rilievo).

Il disegno sequenziale esplorativo è un disegno di ricerca *mixed methods* nel quale a una fase qualitativa segue una fase quantitativa. Nel nostro caso, dal momento che alle due fasi è stata attribuita la stessa priorità, il disegno di ricerca può essere rappresentato in notazione come $QUAL \rightarrow QUAN$. Nei fatti, una ricerca svolta utilizzando questo approccio, si compone di tre fasi: una prima fase di tipo esplorativo, una seconda fase di costruzione dello strumento e infine la terza fase in cui lo strumento viene utilizzato per la raccolta dati (Creswell & Creswell, 2018).

Disegni di questo tipo vengono implementati quando, a priori, è difficile determinare le domande da fare per raccogliere i dati necessari o le variabili precise da considerare nelle analisi, per motivi vari, quali, ad esempio, la novità dell’oggetto di ricerca o l’inaccessibilità di determinate popolazioni o situazioni (Creswell & Plano Clark, 2011). In molti casi, la fase qualitativa si conclude con lo sviluppo di uno strumento (questionario, scala psicometrica, ecc.) che viene utilizzato nella fase quantitativa (Creswell & Creswell, 2018; Creswell e Plano Clark, 2011). Nello specifico, vista l’assenza di uno strumento dedicato, durante la fase qualitativa vengono raccolti dati per sviluppare suddetto strumento; questo viene poi utilizzato per raccogliere i dati quantitativi, che vengono esaminati e interpretati. I risultati di questa fase sono interpretati in relazione alla fase qualitativa, evidenziando eventuali ampliamenti o generalizzazioni che essi hanno permesso di apportare. Un approccio di questo tipo permette di superare alcuni limiti specifici dei metodi qualitativi e quantitativi quando usati singolarmente: rispettivamente, nel qualitativo, i limiti alla generalizzazione; nel quantitativo, il distacco dalle situazioni reali e dai contesti specifici che a volte può verificarsi (Kelle & Buchholtz, 2015). Quello appena descritto è uno degli usi classici per cui il disegno di ricerca

sequenziale esplorativo viene utilizzato ed è sostanzialmente il motivo per cui è stato scelto nell'ambito della presente ricerca.

3.2 Struttura e metodi della ricerca

La ricerca condotta si configura, quindi, come una ricerca *mixed-methods* di tipo sequenziale esplorativo, strutturata in due fasi distinte ma strettamente collegate. Il disegno metodologico impiegato è stato elaborato in modo indipendente sulla base delle esigenze specifiche della ricerca. In letteratura è tuttavia possibile riscontrare approcci analoghi, seppur applicati in ambiti differenti, il che contribuisce a corroborare e legittimare le scelte metodologiche qui adottate. Ad esempio, un modello simile viene adottato da Myers & Oetzel (2003), i quali indagano l'assimilazione all'organizzazione in ambito lavorativo, individuando prima le dimensioni che la caratterizzano e costruendo poi uno strumento di misura per valutarla, testandone la validità rispetto al costrutto rappresentato. Dawson e colleghi (2024) adottano un disegno di ricerca analogo per costruire una scala per la misurazione della competenza nell'utilizzo del feedback (*feedback literacy behaviour scale*). Inizialmente creano un nuovo framework sufficientemente ampio per inquadrare il fenomeno dal punto di vista comportamentale; successivamente, sulla base di esso, sviluppano uno strumento di misura, ovvero un questionario composto da diversi item. Il questionario viene validato e infine testato tramite un'analisi fattoriale confermativa (CFA).

Di seguito, viene illustrata brevemente la struttura generale del disegno di ricerca e delle sue fasi, nonché i metodi utilizzati. Per una discussione estesa dei metodi applicati nell'analisi durante ciascuna fase, degli strumenti utilizzati e dei campioni coinvolti nella raccolta dati, si rimanda ai capitoli successivi, nei quali tali aspetti vengono discussi con maggiori dettagli.

Durante la prima fase, di natura qualitativa, sono stati nuovamente analizzati i dati relativi alla difficoltà percepita raccolti e utilizzati in studi precedenti di tipo esplorativo (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a; Saccoletto &

Spagnolo, 2022; per un breve resoconto degli studi qualitativi esplorativi, si veda Nicchiotti et al., in pubblicazione). Nello specifico, sono state analizzate mediante analisi qualitativa del contenuto (*Qualitative Content Analysis, QCA;* si veda Mayring, 2015) le risposte fornite da due gruppi di studenti e studentesse, formati da 86 e 147 partecipanti rispettivamente, provenienti da classi di grado 9 e 10 (corrispondenti al primo e secondo anno della scuola secondaria di secondo grado). Le risposte in oggetto erano state ottenute tramite tre diverse versioni di questionari sulla difficoltà percepita. I questionari, presentati in dettaglio nel Capitolo IV, comprendevano tutti dei quesiti di matematica tratti da prove INVALSI, la richiesta di valutare la difficoltà percepita di ciascun quesito dopo averlo risolto e alcune domande a risposta aperta volte ad esaminare i fattori che influenzano tale percezione.

Successivamente, l'analisi qualitativa delle risposte aperte ha costituito la base per la progettazione e costruzione di un questionario quantitativo da somministrare online. Il questionario sviluppato si compone di due sezioni: una prima sezione generale e una seconda sezione specifica relativa alla difficoltà percepita. La sezione generale richiede i dati personali del rispondente e indaga il rapporto del rispondente con la matematica mediante un adattamento del questionario Fennema-Sherman in una versione abbreviata (Sachs & Leung, 2007). La sezione relativa alla difficoltà percepita include dei quesiti INVALSI di ambito geometrico con caratteristiche differenti. Agli studenti viene richiesto di risolvere ciascun quesito e, successivamente, valutarne la difficoltà percepita. A tale richiesta, seguono una serie di item da valutare su scala Likert, relativi ai fattori che influenzano la difficoltà percepita di ciascun quesito. Gli item specifici relativi alla difficoltà percepita sono stati elaborati a partire dalle risposte aperte fornite dagli studenti nei questionari precedenti, individuando i nuclei tematici ricorrenti e traducendo esempi di risposte prototipiche in affermazioni valutabili su scala Likert. Una descrizione più dettagliata del processo di costruzione e strutturazione del questionario è riportata nel Capitolo IV.

Durante la seconda fase, di tipo quantitativo, sono state svolte due diverse somministrazioni online del questionario in oggetto, implementato tramite la piattaforma SurveyMonkey in due versioni leggermente differenti, riportate integralmente in Appendice A e Appendice B. Inizialmente, è stata svolta una somministrazione ristretta a un campione di 60 studenti del grado 11 (terzo anno della scuola secondaria di secondo grado), con lo scopo di pre-testare il questionario sviluppato, verificandone la coerenza con i risultati emersi negli studi precedenti (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a) e raccogliendo feedback riguardo a struttura e formulazione degli item originali. In questa fase sono state condotte analisi descrittive preliminari sui dati, sono state calcolate le medie per macrocategoria di fattori che influenzano la difficoltà percepita e stabiliti i criteri generali per il conteggio del peso attribuito a ciascuna macrocategoria di fattori, per consentire il confronto con i dati qualitativi raccolti precedentemente. Infine, il questionario è stato somministrato una seconda volta a 435 studenti del grado 11, provenienti da classi differenti rispetto a quelle coinvolte nella prima somministrazione, e i dati raccolti in questa fase sono stati analizzati a livello quantitativo. Anche in questa fase sono state condotte analisi descrittive, valutata l'affidabilità interna ed è stata svolta un'analisi fattoriale confermativa (CFA) per verificare empiricamente la struttura teorica del questionario, ovvero le cinque macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita. Infine, sulla base dei risultati delle analisi e delle decisioni prese, sono state calcolate le medie per ogni macrocategoria di fattori. In seguito, sono state svolte analisi di correlazione, t test e ANOVA per valutare le relazioni tra i fattori e determinare il peso di ciascuna macrocategoria nella determinazione della difficoltà percepita e analizzare le eventuali differenze di genere. Le ultime analisi effettuate sono infine quelle relative alle altre caratteristiche degli studenti, con l'obiettivo di esplorare differenze o correlazioni tra la difficoltà percepita espressa dagli studenti e variabili relative al rapporto con la matematica. Nello specifico, sono state effettuate delle analisi di correlazione preliminari.

Capitolo IV

Fase qualitativa

4.1 Dati raccolti negli studi esplorativi precedenti

All'inizio della fase qualitativa del lavoro di ricerca sono stati recuperati i dati raccolti e analizzati nei diversi studi qualitativi esplorativi riguardanti gli studenti, svolti tra il 2020 e il 2023 (per una descrizione suddivisa in fasi di suddetti studi esplorativi si veda Nicchiotti et al., in pubblicazione). Nello specifico, tali dati erano stati raccolti nel corso di tre differenti sessioni, che riportiamo brevemente di seguito.

Il primo studio qualitativo (presentato al convegno internazionale ICME14) ha coinvolto 78 studenti di due classi di grado 9 e due di grado 10 (rispettivamente primo e secondo anno della scuola secondaria di secondo grado) di un Liceo delle Scienze Umane. Gli studenti hanno compilato un questionario online, seguito da interviste in profondità per discutere gli elementi emersi dal questionario. La compilazione è avvenuta tramite Google Moduli utilizzando i computer dell'aula, alla presenza di una delle ricercatrici. Il questionario conteneva due quesiti di algebra di tipo argomentativo relativi al calcolo letterale, riportati nella Figura 4 e nella Figura 5: il primo a scelta multipla, che richiede di individuare l'argomentazione corretta; il secondo a risposta aperta, che richiede di produrre un'argomentazione a supporto di un'affermazione data. Entrambi i quesiti possono essere risolti utilizzando strategie simili, ovvero provando la falsità di ciascuna affermazione tramite un controesempio. Entrambi i quesiti, inoltre, sono tratti da prove INVALSI, rispettivamente somministrate agli studenti di grado 8 nel 2017 e a studenti di grado 10 nel 2014. Il questionario richiedeva agli studenti di risolvere ciascun quesito, spiegando la strategia adottata e, successivamente, di valutarne la difficoltà percepita su una scala da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile). Veniva poi chiesto quali elementi di ciascun quesito avrebbero modificato per renderlo più facile e quali per renderlo più difficile. Infine, si chiedeva di confrontare

tra loro i due quesiti stabilendo quale fosse il più difficile e spiegando i motivi della scelta.

Antonio afferma che "$4n-1$ è sempre un multiplo di 3".
Antonio ha ragione?
Nella tabella che segue indica la sola argomentazione che giustifica la risposta corretta.

Antonio ha ragione...	Antonio non ha ragione...
A. ☐ perché $4n-1=3n$	C. ☐ perché $4n-1$ è sempre dispari
B. ☐ perché se $n=4$ allora $4n-1=15$	D. ☐ perché se $n=3$ allora $4n-1=11$

Figura 4. Quesito 1, tratto dalle prove INVALSI 2017 per il grado 08. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

Marco afferma che, per ogni numero naturale n maggiore di 0, n^2+n+1 è un numero primo.
Marco ha ragione?

Scegli una delle due risposte e completa la frase.

☐ **Marco ha ragione, perché** .....

.....

☐ **Marco non ha ragione, perché** .....

.....

Figura 5. Quesito 2, tratto dalle prove INVALSI 2014 per il grado 10. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

Lo studio è stato portato avanti conducendo delle interviste a distanza tramite Google Classroom (Meet), con l'obiettivo di approfondire e categorizzare le risposte degli studenti. Tali interviste, tuttavia, non sono state analizzate nella presente ricerca, la cui raccolta dati in questa fase si è limitata alle sole risposte fornite per iscritto al questionario.

Il secondo studio è stato realizzato un anno dopo (Saccoletto & Spagnolo, 2022) e ha coinvolto 69 studenti di tre classi di grado 9 (primo anno della scuola secondaria di secondo grado) di uno stesso Liceo Scientifico. Gli studenti hanno svolto un questionario online costruito sulla base di quello appena descritto, modificato per includere campi in cui riportare la motivazione per la valutazione delle difficoltà percepita

attribuita ad ogni quesito. Sostanzialmente, agli studenti veniva richiesto di risolvere gli stessi quesiti INVALSI già descritti, valutarne la difficoltà percepita e spiegare i motivi di tale valutazione. Le restanti domande non sono state modificate. Anche in questo caso sono state poi condotte interviste in profondità, i cui dati non sono stati analizzati per il presente studio, limitandoci nuovamente ai dati raccolti tramite le risposte al questionario online.

L'ultimo studio qualitativo della difficoltà percepita degli studenti è stato portato avanti nel 2023, nell'ambito di una ricerca incentrata sul confronto della percezione di studenti e insegnanti (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a). In questa sede ci limiteremo a descrivere la raccolta dati relativa agli studenti in quanto segmento di nostro interesse dello studio. Sono stati coinvolti nello studio 86 studenti appartenenti a cinque classi di grado 10 (secondo anno della scuola secondaria di secondo grado) di tre scuole diverse: due Licei Scientifici e un Liceo delle Scienze Umane. Agli studenti è stato somministrato un questionario online implementato su Google Moduli, svolto alla presenza di una ricercatrice. Il questionario è stato sviluppato sulla base di quelli somministrati negli studi precedenti, ma con alcune differenze sostanziali. Innanzitutto, sono stati modificati i quesiti INVALSI proposti: si è optato per mantenere il numero di due quesiti e la dimensione argomentativa, ma sono stati selezionati quesiti di ambito geometrico, riportati nella Figura 6 e nella Figura 7. I quesiti sono entrambi tratti dalla prova INVALSI somministrata nel 2018 agli studenti del grado 10. Anche in questo caso si tratta di due quesiti argomentativi riguardanti la geometria piana. Il primo è un *cloze* che richiede di selezionare i termini corretti tra quelli forniti per completare la dimostrazione fornita. Il secondo, invece, richiede di costruire autonomamente un'argomentazione per supportare un'affermazione. Come nelle fasi precedenti, dopo aver svolto ogni quesito si chiedeva di esprimere una valutazione della difficoltà percepita, esplicitarne le motivazioni e rispondere ad alcune domande più generali sulla difficoltà percepita, riprese dai questionari precedenti.

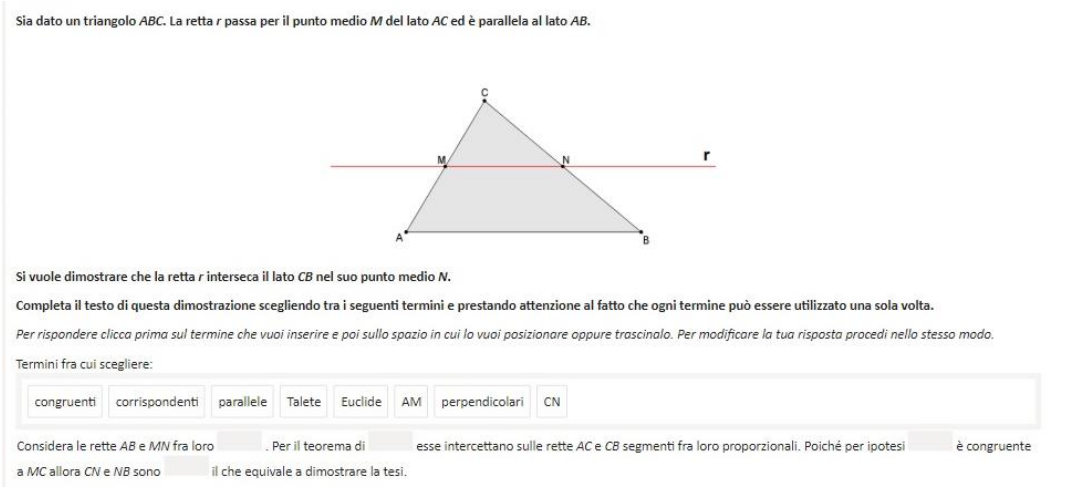


Figura 6. Quesito 1, tratto dalle prove INVALSI 2018 per il grado 10. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

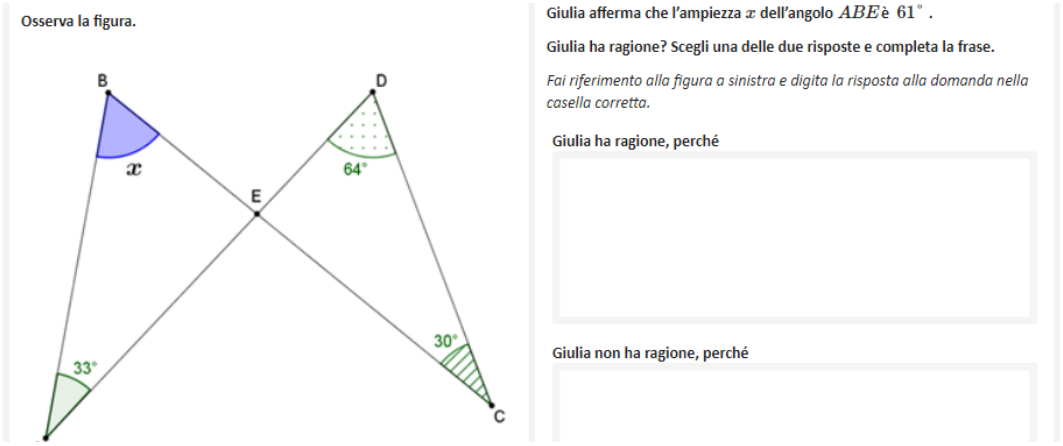


Figura 7. Quesito 2, tratto dalle prove INVALSI 2018 per il grado 10. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

4.1.1 Analisi testuale e ridefinizione delle sottocategorie

Le risposte provenienti dalle tre raccolte dati appena descritte sono state unificate in un unico file Excel, facendo corrispondere le domande analoghe e lasciando vuote invece quelle che non trovavano corrispondenza nelle diverse versioni del questionario. I dati erano già stati anonimizzati al termine degli studi precedenti, mantenendo unicamente il legame tra ciascuna risposta e la scuola frequentata (indirizzo e anno di corso) dallo studente che l'aveva fornita. Al termine della fase di unificazione e pulizia

dei dati, si è deciso di considerare nell'analisi unicamente le risposte fornite ai quesiti da risolvere e alle seguenti domande:

1. Su una scala da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile) quanto hai trovato difficile il Quesito 1?
2. Perché?
3. Quali aspetti del Quesito 1 modificheresti per renderlo più facile?
4. Quali aspetti del Quesito 1 modificheresti per renderlo più difficile?
5. Su una scala da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile) quanto hai trovato difficile il Quesito 2?
6. Perché?
7. Quali aspetti del Quesito 2 modificheresti per renderlo più facile?
8. Quali aspetti del Quesito 2 modificheresti per renderlo più difficile?

Come riportato nel paragrafo precedente, la versione del questionario somministrata nel primo studio qualitativo non comprendeva la richiesta di motivare la valutazione della difficoltà percepita attribuita, introdotta solo successivamente. Pertanto, per le 78 risposte raccolte con suddetto questionario, non sono state analizzate le risposte fornite alle domande 2 e 6 del nostro elenco, in quanto non presenti.

L'analisi condotta in questa fase si discosta da quelle condotte nei tre studi per i quali i dati erano stati raccolti principalmente per il suo obiettivo: infatti, mentre gli studi precedenti miravano a individuare le macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita, l'analisi in oggetto ha avuto lo scopo di comprendere l'essenza costitutiva di tali macrocategorie, esclusivamente dalla prospettiva degli studenti.

I dati sono stati analizzati secondo i principi della *Qualitative Content Analysis,* spesso abbreviata con la sigla QCA (Mayring, 2015), una procedura di analisi testuale molto utilizzata nelle scienze sociali e

dell'educazione e soprattutto estremamente flessibile. È stato adottato un approccio deduttivo, utilizzando come categorie di analisi le cinque macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita (Nicchiotti, Saccoletto & Spagnolo, in pubblicazione) già descritte nel Capitolo II. L'analisi è stata svolta su Excel poiché il numero di record era sufficientemente ridotto da permetterlo. A ognuna delle risposte analizzate è stata attribuita un'etichetta per ciascun riferimento alle sottocategorie rintracciato. Di conseguenza, vi sono state risposte alle quali non è stata attribuita nessuna etichetta (per esempio "Perché non è stato difficile") e risposte alle quali ne è stata attribuita più di una (per esempio alla risposta "È intuitivo, in più si tratta di un argomento trattato di recente" sono state attribuite le etichette Intuizione ed Esperienza). Infine, sono stati conteggiati i riferimenti a ciascuna sottocategoria e sommati in base all'appartenenza alle macrocategorie di riferimento. La procedura di ri-codifica effettuata ha avuto esito comparabile con i risultati ottenuti negli studi qualitativi nei quali i dati erano già stati utilizzati; tuttavia, nel corso di tale processo, sono emersi alcuni punti critici rispetto alla struttura e all'uso delle macrocategorie che dettagliamo di seguito insieme alle modifiche implementate di conseguenza.

In primo luogo, la sottocategoria Logica, in Strategie risolutive, è stata eliminata in quanto, ad una analisi più approfondita è risultata molto simile alle sottocategorie Ragionamento, nella stessa macrocategoria, o Intuizione, in Capacità ed esperienze, a seconda dell'accezione interpretativa utilizzata. Inoltre, la sottocategoria Figura, in Formulazione del quesito è stata rinominata in Elementi non testuali, poiché il nome precedente risultava limitante e poco adatto ad includere anche elementi quali tabelle e grafici, spesso presenti nei quesiti ma non propriamente definibili come figure. Il cambiamento più rilevante è tuttavia quello relativo alla macrocategoria Emozioni, sebbene non strettamente derivante dall'analisi testuale delle risposte. Come già evidenziato negli studi precedenti, i riferimenti alle emozioni erano sempre stati pochi e sporadici; pertanto, era stato possibile definire la macrocategoria ma non eventuali sottocategorie proprio a causa

della mancanza di un numero congruo di riferimenti. Partendo dai riferimenti alle emozioni presenti nelle risposte analizzate ed esaminando la tipologia di emozioni menzionate (ansia, paura e frustrazione), è stata condotta una breve revisione della letteratura per individuare i modelli di riferimento per le emozioni in ambito accademico e matematico.

La ricerca nell'ambito della didattica della matematica ha mostrato, a partire dai primi anni 2000, un crescente interesse per la dimensione affettiva. Fino ad allora l'attenzione si era concentrata principalmente sui fattori cognitivi con poche eccezioni come, ad esempio, l'ansia legata alla matematica (*mathematical anxiety;* Schukajlow et al., 2023). McLeod (1992) concettualizza le emozioni nell'apprendimento della matematica inserendole in un continuum affettivo insieme a credenze e atteggiamenti, considerando le emozioni come gli elementi più intensi ma anche i meno stabili tra i tre. La teoria delle emozioni di base di Ekman (1992) è stata applicata anche alla ricerca sul problem solving in educazione matematica (Hannula, 2015); tuttavia, è emerso che tali emozioni di base si manifestano raramente nei contesti di apprendimento. Per questo motivo si avverte la necessità di indagare emozioni che emergono specificamente nei contesti educativi (Lehman et al., 2008).

Si è deciso, quindi, di fare riferimento alle *achievement emotions* (Pekrun, 2006, 2011), definite come emozioni associate alle attività o ai risultati, valutati secondo criteri legati alla prestazione. Secondo Pekrun e colleghi (2023), la percezione individuale — inclusa la difficoltà percepita di un compito — può influenzare le emozioni. Allo stesso tempo, le emozioni possono a loro volta modificare l'ambiente e le percezioni ad esso associate, anche se questo versante della causalità reciproca necessita ancora di essere approfondito. Le *achievement emotions* sono state utilizzate in diversi ambiti legati all'educazione e sono stati sviluppati questionari specifici per misurarle in contesti scolastici e in relazione a singoli domini di conoscenza, tra cui la matematica. Il questionario Achievement Emotions Questionnaire—Mathematics (AEQ-M) è uno di essi, uno strumento di

autovalutazione utilizzato per individuare le emozioni degli studenti legate alla matematica (Bieleke et al., 2023). Dopo un'attenta analisi, è stato ritenuto impossibile utilizzare il questionario in oggetto nel nostro studio senza modificarlo profondamente e quindi perdendo la validazione, in quanto composto da 60 item, troppo lungo per i nostri scopi, e focalizzato su tre diversi momenti (lezioni di matematica svolte in classe, studio di matematica in autonomia, svolgimento di test di matematica), nessuno dei quali pienamente sovrapponibile con la nostra situazione (svolgimento di quesiti di matematica al di fuori di situazioni di verifica). In considerazione di ciò, l'AEQ-M è stato preso come riferimento teorico nello sviluppo del nostro questionario e le sette *achievement emotions* che esso indaga in relazione alla matematica (divertimento/gioia, orgoglio, ansia, noia, rabbia/frustrazione, vergogna, sconforto/disperazione) sono state incluse nel nostro quadro teorico come sottocategorie della macrocategoria Emozioni.

Il quadro aggiornato delle macrocategorie e delle rispettive sottocategorie è riportato nella Tabella 2, insieme alle note riguardanti le modifiche effettuate e finora discusse.

Macrocategorie	**Sottocategorie**	**Note**
Strategie risolutive	Argomentazione	
	Calcoli	
	Conoscenze	
	Esempi	
	Logica	Eliminata
	Procedimento	
	Ragionamento	
Capacità ed esperienze	Esperienza	
	Intuizione	
	Ostacoli	

	Sicurezza	
	Tempo	
Emozioni	Divertimento/gioia	Aggiunta
	Orgoglio	Aggiunta
	Ansia	Aggiunta
	Noia	Aggiunta
	Rabbia/frustrazione	Aggiunta
	Vergogna	Aggiunta
	Sconforto/disperazione	Aggiunta
Formulazione del quesito	Elementi non testuali	Rinominata (precedentemente Figura)
	Testo	
	Tipologia domanda	
Considerazioni personali	Impegno	
	Sicurezza	

Tabella 2. Schema aggiornato delle macrocategorie e rispettive sottocategorie, nella versione utilizzata nella presente ricerca.

Al termine della ricodifica, sono state individuate delle risposte prototipiche relative ad ogni sottocategoria, a partire dalle quali sono stati costruiti gli item del questionario relativo alla difficoltà percepita.

4.2 Costruzione del questionario

Il questionario che è stato elaborato è articolato in due sezioni distinte e sviluppate in modo indipendente ma parallelo, unificate poi nella stesura finale. Nello specifico, è stato studiato un questionario generale sul rapporto con la matematica e uno specifico sulla difficoltà percepita. La costruzione del questionario nella versione idonea alla somministrazione è stata effettuata successivamente, mettendo a punto due diverse versioni: una prima versione, utilizzata per il pre-test, e una seconda versione

leggermente differente, utilizzata per la somministrazione estesa, descritte in dettaglio nei paragrafi successivi. È doveroso premettere che, sebbene sia stato sviluppato un questionario quantitativo con l'obiettivo di formularlo nel modo più oggettivo possibile, vi è una parte di soggettività insita nell'argomento stesso oggetto del questionario, che permane. La difficoltà percepita, essendo appunto una percezione, è fondamentalmente soggettiva, di conseguenza lo stesso item potrebbe comunque essere interpretato con sfumature differenti da rispondenti diversi.

4.2.1 Questionario generale sul rapporto con la matematica

Nella costruzione del questionario, si è deciso di inserire alcuni item relativi al rapporto degli studenti con la matematica, con l'obiettivo di analizzare anche questo aspetto per metterlo in relazione con la difficoltà percepita dagli studenti stessi. Il rapporto con la matematica è articolato e costituito da numerose sfaccettature, nonché fortemente soggettivo; pertanto, abbiamo ritenuto poco opportuno indagarlo tramite una domanda diretta a risposta aperta, che sarebbe stata difficilmente analizzabile, né tantomeno con una domanda a risposta multipla, che ritenevamo eccessivamente restrittiva. Abbiamo esaminato diversi strumenti esistenti e validati, costruiti proprio con suddetto scopo e focalizzati in particolare sul rapporto con la matematica, per selezionarne uno adatto per il nostro contesto. Abbiamo scelto di utilizzare questionari validati per essere maggiormente certi che lo strumento riflettesse accuratamente gli aspetti che si proponeva di misurare.

4.2.1.1 Scelta del questionario e adattamento al contesto italiano

Per indagare il rapporto degli studenti con la matematica, la scelta è ricaduta sul questionario Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales (FSMAS), un questionario validato e ampiamente utilizzato in letteratura, che permette di valutare l'atteggiamento degli studenti rispetto alla matematica e al suo apprendimento (Fennema & Sherman, 1976). Il questionario è stato originariamente creato in lingua inglese ed è composto da nove scale, ciascuna delle quali formata da 12 item per un totale di 108

item. Le risposte a ciascuno degli item sono fornite tramite una scala Likert a 5 punti che va da 1 ("fortemente in disaccordo") a 5 ("fortemente d'accordo"). Ognuna delle nove scale misura atteggiamenti legati a uno specifico ambito che si ritiene legato all'apprendimento della matematica:

- Atteggiamento rispetto al successo in matematica;
- Matematica come settore maschile;
- Madre (percezione dell'atteggiamento della propria madre rispetto a sé come studente di matematica);
- Padre (percezione dell'atteggiamento del proprio padre rispetto a sé come studente di matematica);
- Insegnanti (percezione dell'atteggiamento dei propri insegnanti rispetto a sé come studente di matematica);
- Sicurezza nell'apprendimento della matematica;
- Ansia legata alla matematica;
- Motivazione all'efficacia in matematica;
- Utilità della matematica.

A causa dell'elevato numero di item, si è ritenuto non opportuno utilizzare il questionario completo nella somministrazione agli studenti, in quanto avrebbe richiesto un tempo di compilazione troppo lungo, tenuto conto anche della sezione successiva riguardante i quesiti matematici, e avrebbe potuto compromettere la qualità delle risposte a causa dell'affaticamento. Si è scelto di utilizzare invece una delle versioni ridotte del questionario, precisamente la versione ridotta sviluppata con il metodo "All-pos" descritta da Sachs e Leung (2007). Tale versione del questionario comprende 54 item, suddivisi quasi equamente tra le nove scale grazie al metodo di riduzione utilizzato. Vi sono alcune leggere variazioni dovute alla riclassificazione di alcuni item in scale diverse, ma questo non comporta differenze sostanziali nel numero degli item delle diverse scale. Il metodo in oggetto, basato su un criterio di informazione della traccia, permette di ottenere scale ridotte con (potenzialmente) un'affidabilità interna leggermente minore ma con un'ottima validità predittiva, essendo più

rappresentative e coerenti con la scala originaria (Sachs & Leung, 2007). Gli autori del questionario ridotto hanno gentilmente fornito gli item e hanno autorizzato il loro utilizzo nella presente raccolta dati.

Per somministrare il questionario agli studenti coinvolti nella presente ricerca, sono stati necessari alcuni adattamenti. Infatti, nonostante il tema trattato sia trasversale e universale, è stato necessario adattare gli item al contesto culturale degli studenti italiani e soprattutto provvedere a una traduzione degli item. Tali adattamenti, necessari per il contesto culturale e linguistico degli studenti italiani, comportano che il questionario utilizzato non mantenga la validità propria della sua forma in lingua originale. Di conseguenza, è stato necessario rivalutare la validità del questionario nella sua versione ridotta e tradotta, come spiegato in dettaglio nel paragrafo 4.2.1.2, e considerare le implicazioni di questa modifica ai fini dell'interpretazione dei risultati.

4.2.1.2 Validazione cross-culturale

La validazione cross-culturale è un processo che differisce dalla semplice traduzione e adattamento di un questionario, in quanto tale validazione è volta ad assicurare che il questionario tradotto funzioni come previsto e soprattutto abbia le stesse proprietà e misuri lo stesso costrutto del questionario originale (Epstein et al., 2015). Attualmente, le procedure di validazione cross-culturale sono oggetto di discussione nella comunità accademica (Sousa & Rojjanasrirat, 2011), tuttavia tale processo è stato ritenuto imprescindibile e, pertanto, implementato nella presente ricerca. È doveroso premettere che, non disponendo di mezzi e risorse sufficienti per condurre una validazione completa, in questa fase, è stata realizzata una procedura di validazione su scala ristretta. I risultati ottenuti devono quindi essere interpretati con cautela, in quanto parziali e preliminari. Ci riserviamo di effettuare in futuro una validazione più ampia e metodologicamente rigorosa; tuttavia, si è ritenuto opportuno presentare comunque gli esiti di questa fase iniziale, anche alla luce del fatto che i

metodi di validazione cross-culturale sono, nella pratica, caratterizzati da una certa flessibilità procedurale.

Seguendo i processi suggeriti in letteratura (Gjersing et al., 2010; Sousa & Rojjanasrirat, 2011), tenendo conto delle limitazioni già menzionate, si è proceduto come segue: il questionario nella versione ridotta è stato tradotto in italiano dall'autrice della presente ricerca; l'unica modifica effettuata in questa prima fase è stata l'unificazione dei due ambiti Padre e Madre nell'ambito unico Genitori, per rendere il questionario più neutro, rispettoso della diversità familiare e maggiormente inclusivo. La traduzione in italiano del questionario è stata rivista da una coppia di esperti del settore di ricerca in didattica della matematica di madrelingua italiana. In questa fase, gli esperti hanno segnalato alcuni item per cui ritenevano necessaria una revisione a livello linguistico o contenutistico:

a. Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra eccezionalmente difficile.
b. Mi piacciono i rompicapi matematici.
c. Una volta che ho iniziato a lavorare su un rompicapo matematico, trovo difficile fermarmi.
d. La matematica è per gli uomini, l'aritmetica è per le donne.
e. I miei genitori non hanno mostrato alcun interesse per il fatto che io segua più corsi di matematica.
f. I miei insegnanti mi hanno incoraggiato a studiare di più la matematica.
g. I miei insegnanti di matematica mi incoraggiano a seguire tutti i corsi extrascolastici di matematica.

Nello specifico, le osservazioni e revisioni proposte sono state, per ciascun item:

a. il termine "eccezionalmente" rende la frase ambigua; l'item è stato riformulato come: Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra difficile.

b. La parola "rompicapo", in italiano può essere ambigua, poiché può significare sia un problema scolastico che non si riesce a risolvere, sia "gioco, enigma" matematico. Ritenendo corretta questa seconda accezione, il quesito è stato modificato come segue: Mi piacciono enigmi e giochi matematici.
c. Tenendo conto delle considerazioni riportate sopra, l'item è stato riformulato come: Una volta che ho iniziato a lavorare su un enigma o gioco matematico, trovo difficile fermarmi.
d. L'item risulta impreciso e poco chiaro, in quanto l'aritmetica è una parte della matematica. Si ritiene che l'item possa essere interpretato come "la matematica è per gli uomini, le donne al massimo possono fare aritmetica (quindi tutta una serie di altri rami della matematica sono loro preclusi)". Di conseguenza l'item è stato modificato nel seguente modo: La matematica è per gli uomini; solo l'aritmetica è per le donne.
e. La situazione descritta nell'item è tipica di altri paesi ma non dell'Italia, poiché qui non è possibile scegliere di seguire più corsi di una materia e la matematica extrascolastica è rara. Per renderlo più preciso, l'item è stato cambiato in: I miei genitori non hanno mostrato alcun interesse nel fatto che io segua più corsi di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.).
f. Così com'è formulato, l'item può significare due cose: gli insegnanti vogliono che io studi di più la matematica che mi insegnano loro, perché non vado abbastanza bene, oppure che gli insegnanti vogliono che io continui a studiare matematica anche dopo la scuola. Gli studenti probabilmente interpreterebbero l'item nella prima accezione, mentre si ritiene che nel questionario si intendesse la seconda. Per evitare ambiguità legate all'interpretazione dell'espressione "dopo la scuola" (al termine del percorso scolastico oppure nel pomeriggio, dopo le lezioni mattutine), l'item è stato

riformulato nel seguente modo: I miei insegnanti mi hanno incoraggiato a continuare a studiare matematica anche una volta terminata la scuola.

g. Valgono le stesse considerazioni discusse per il punto e. ; l'item è stato riformulato in: I miei insegnanti di matematica mi incoraggiano a seguire tutti i corsi extrascolastici di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.).

La traduzione in italiano è stata perfezionata come descritto e inviata a una traduttrice di madrelingua inglese fluente in italiano e senza conoscenza del tema del questionario. La traduttrice ha eseguito una nuova traduzione degli item dall'italiano all'inglese e, successivamente, l'ha confrontata con la versione originale in inglese. Durante questo confronto sono emerse alcune incongruenze che hanno portato alla revisione dei seguenti item:

a. La gente penserebbe che sono un/a imbroglione/a se prendessi voti alti in matematica.
b. Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra difficile.
c. Matematica è la materia in cui vado peggio.
d. Di solito sono a mio agio durante le lezioni di matematica.
e. Una verifica di matematica mi spaventa.
f. Finché ho la sufficienza, i miei genitori non si preoccupano di come vado in matematica.
g. I miei genitori non hanno mostrato alcun interesse nel fatto che io segua più corsi di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.).
h. I miei insegnanti di matematica mi incoraggiano a seguire tutti i corsi extrascolastici di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.).

Di seguito si riportano le osservazioni e la formulazione finale degli item in oggetto:

a. in inglese viene utilizzata un'espressione idiomatica, di conseguenza l'item è stato riformulato come: La gente penserebbe che sono un/a secchione/a se prendessi voti alti in matematica.
b. Viene riproposto l'inserimento del termine "eccezionalmente" trasformando l'item in: Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra eccezionalmente difficile.
c. Vi è un'ambiguità nel tempo verbale usato; si è scelto di lasciare l'item invariato.
d. Vi è un'ambiguità nel tempo verbale usato; si è scelto di lasciare l'item invariato.
e. In inglese viene usato il condizionale; l'item è stato modificato in: Una verifica di matematica mi farebbe sentire spaventato/a.
f. Vi è un'ambiguità nel tempo verbale usato; si è scelto di lasciare l'item invariato.
g. La formulazione originale contiene una sfumatura ipotetica; si è scelto di lasciare l'item invariato.
h. La formulazione originale contiene una sfumatura ipotetica; si è scelto di lasciare l'item invariato.

Il questionario in questa versione ridotta e tradotta in italiano consta di 49 item (riduzione dovuta all'accorpamento delle scale Madre e Padre nella scala unica Genitori). L'attribuzione dei punteggi per ogni scala è stata mantenuta come nella versione originale del questionario: a ciascun item viene attribuito un punteggio da 1 a 5 in base all'opzione della scala Likert selezionata dal rispondente; agli item a codifica inversa rispetto al senso della scala, viene attribuito punteggio inverso (ad esempio, se è stato selezionato 1, viene attribuito 5). Infine, vengono sommati i punteggi di tutti gli item appartenenti a una stessa scala, permettendo di attribuire un punteggio a ciascuna di esse. Un punteggio elevato in una scala indica

atteggiamento positivo; solo nella scala Matematica come settore maschile un punteggio elevato rispecchia la convinzione del rispondente che la matematica sia appunto un settore maschile. Nella versione elaborata, i punteggi di scala minimi e massimi risultano rispettivamente quelli riportati in Tabella 3:

Scala	**Numero di item**	**Punteggio min.**	**Punteggio max.**
Atteggiamento rispetto al successo in matematica	6	6	30
Matematica come settore maschile	6	6	30
Genitori	7	7	35
Insegnanti	6	6	30
Sicurezza nell'apprendimento della matematica	5	5	25
Ansia legata alla matematica	6	6	30
Motivazione all'efficacia in matematica	7	7	35
Utilità della matematica	6	6	30

Tabella 3. Punteggi minimi e massimi per ciascuna scala del questionario tradotto in italiano.

L'elenco degli item in lingua italiana è riportato in Appendice C; questi sono divisi per scala e gli item a codifica inversa sono segnalati. Il questionario nella versione appena definita è stato pre-testato e successivamente utilizzato nella somministrazione estesa per testarne le proprietà psicometriche in un campione della popolazione target, così da completare la validazione cross-culturale. I dettagli di queste fasi sono riportati nel Capitolo V e nel Capitolo VI.

4.2.2 Questionario specifico sulla difficoltà percepita

Per analizzare la difficoltà percepita dagli studenti rispetto ai quesiti matematici è stato elaborato un questionario specifico completamente originale. Questo è stato costruito facendo riferimento alle risposte aperte fornite dagli studenti durante studi qualitativi precedenti e nuovamente analizzate nella presente ricerca. L'obiettivo di questa sezione di questionario è quello di analizzare i fattori che influenzano la difficoltà percepita degli studenti rispetto a quesiti di matematica e far emergere il peso relativo di ciascuno di essi. Di seguito si descrive il processo di costruzione e validazione del questionario in oggetto.

4.2.2.1 Definizione degli item

Tra tutte le risposte aperte categorizzate nelle macrocategorie, sono state evidenziate alcune affermazioni prototipiche e particolarmente rappresentative di ogni sottocategoria, che sono state successivamente trasformate in item valutabili su scala Likert. È stato utilizzato un approccio di tipo induttivo: si è partiti da risposte a una domanda aperta molto generale ("Perché [il quesito ti è sembrato facile o difficile]?"), che sono state classificate secondo macrocategorie e sottocategorie e successivamente da queste sono stati derivati gli item (Hinkin, 1998). Tale approccio, seppur potenzialmente rischioso perché fortemente ancorato ai dati analizzati, ci ha permesso di ottenere item rappresentativi della reale percezione degli studenti e che riflettano la loro interpretazione del fenomeno. Inoltre, la costruzione degli item si è basata su un totale di 233 risposte aperte, un numero a nostro parere abbastanza consistente da consentirci di individuare pattern ricorrenti e di formulare item sufficientemente generali, senza perdere specificità.

Per trasformare le affermazioni in item sono stati seguiti alcuni principi generali: il linguaggio è stato semplificato, evitando ripetizioni e rendendolo più vicino possibile a quello degli studenti; sono state evitate doppie negazioni, affermazioni troppo lunghe o sintatticamente complesse. Si è scelto di implementare gli item su una scala Likert a 4 punti, da 1

(fortemente in disaccordo) a 4 (fortemente d'accordo), senza un punto centrale di neutralità per evitare effetti di distorsione potenziali nelle risposte (Johns, 2005), come ad esempio la scelta del punto neutrale per tutti gli item per non dover prendere posizione. Alcuni item, selezionati anche sulla base delle affermazioni originali degli studenti, risultano di polarità opposta e sono stati inclusi per ovviare alla potenziale distorsione di uniformità delle risposte (Corbetta, 2015), ovvero la tendenza del rispondente di selezionare sempre la stessa opzione di risposta. Solo per alcuni gruppi di item (quelli riferiti a Strategie risolutive e a Formulazione del quesito) è stata prevista l'opzione di risposta "non applicabile". Questa opzione è stata inserita per ovviare alle situazioni in cui gli item proposti non trovano riscontro nei quesiti ad essi associati (ad esempio, per permettere ai rispondenti di valutare item riguardanti le figure, se nel quesito proposto non vi è la presenza di figure), somministrando sempre lo stesso questionario senza adeguare ogni volta gli item ai quesiti. Per gli item delle altre macrocategorie non è stata prevista questa opzione in quanto questi non fanno riferimento a caratteristiche o elementi del quesito totalmente oggettivi, che quindi è possibile non siano applicabili.

Per la macrocategoria Capacità ed esperienze, abbiamo iniziato esaminando i riferimenti nella sottocategoria Esperienza. All'interno di essi abbiamo individuato due nuclei tematici principali, ovvero l'aver già svolto problemi simili o l'aver studiato l'argomento oggetto del quesito. In relazione a questo secondo nucleo si evidenzia come gli studenti richiamino sistematicamente una dimensione di prossimità temporale rispetto allo studio svolto come elemento facilitatore. In altre parole, affermano di ritenere facile il quesito in oggetto perché hanno studiato da poco gli argomenti oggetto dello stesso. Di conseguenza, abbiamo riportato questa particolare accezione negli item sviluppati. Per ciascuna delle sottocategorie Intuizione, Sicurezza e Tempo è stato elaborato un solo item, in quanto dalle risposte degli studenti emergeva un solo aspetto; quindi, non abbiamo ritenuto necessario discriminare ulteriormente. Per la macrocategoria Ostacoli, invece, abbiamo valutato i riferimenti agli ostacoli emersi,

sviluppando di conseguenza quattro item diversi relativi ad ostacoli in generale, ostacoli legati ad aspetti linguistici e terminologici o di comprensione ed ostacoli legati all'argomento. Tutti gli item sviluppati per la presente macrocategoria sono riportati nella Tabella 4.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item**
Capacità ed esperienze	Esperienza	Ho già svolto quesiti simili in passato
		Ho studiato da poco l'argomento oggetto del quesito
	Intuizione	La risposta si poteva intuire facilmente
	Ostacoli	Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta
		Non ho capito cosa chiedesse la domanda
		Ho delle difficoltà con l'argomento del quesito
		Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel quesito
	Sicurezza	Non sono sicuro/a della risposta che ho dato
	Tempo	Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta

Tabella 4. Item sviluppati per ciascuna sottocategoria della macrocategoria Capacità ed esperienze.

Per la macrocategoria Emozioni, i primi item elaborati sono stati quelli basati sulle risposte degli studenti, inquadrate all'interno delle *achievement emotions* analizzate nell'ambito della matematica (Bieleke et al., 2022). Nello specifico, come mostrato nella Tabella 5, l'item per la sottocategoria Ansia è stato sviluppato variando lievemente una delle affermazioni degli

studenti. Un'altra affermazione, che rievocava il timore di aver commesso degli errori, è stata interpretata come l'espressione di un elemento di vergogna e, pertanto, riformulata nell'item associato alla sottocategoria Vergogna. Gli altri item sono stati formulati in modo originale, prendendo ispirazione dai restanti elementi emotivi presenti nelle risposte degli studenti, seppur non direttamente categorizzabili, e gli item del questionario AEQ-M (Bieleke et al., 2022). L'item per la sottocategoria Divertimento/gioia, ad esempio, è un adattamento dell'item "I enjoy taking tests in mathematics" dell'AEQ-M, così come quello per la sottocategoria Noia è un adattamento dell'item "I am bored".

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item**
Emozioni	Divertimento/gioia	Mi sono divertito/a a risolvere questo quesito
	Orgoglio	Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo quesito
	Ansia	Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica
	Noia	Mi sono annoiato/a
	Rabbia/frustrazione	Non ne potevo più, era troppo complicato
	Vergogna	Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il quesito o che penso di aver fatto degli errori
	Sconforto/disperazione	Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito

Tabella 5. Item sviluppati per ciascuna sottocategoria della macrocategoria Emozioni.

Per la macrocategoria Considerazioni personali abbiamo sviluppato in totale 9 item, riportati nella Tabella 6, suddivisi pressoché equamente tra le due sottocategorie. Questo numero di item si è dimostrato necessario per

catturare tutte le diverse sfumature espresse nelle risposte degli studenti. Infatti, per la sottocategoria Impegno, sono emerse risposte esemplificative relative al doversi impegnare di più nello studio, nello svolgimento di esercizi, quindi con accezione possibilista, ma anche risposte che semplicemente constatavano l'assenza di impegno o di studio. Per la sottocategoria Sicurezza, gli item sviluppati riflettono i diversi aspetti della sicurezza in sé stessi evidenziata dagli studenti: sentirsi bravi in matematica, avere tutte le conoscenze e competenze necessarie o, al contrario, avere difficoltà in matematica sullo specifico argomento o in generale, nonché non sentirsi capaci. In particolare, l'item che riflette il possesso di conoscenze e competenze ("Ho studiato tutto quello che serve per risolvere il quesito") è formulato in modo simile all'opposto di un item della sottocategoria Impegno ("Ho studiato gli argomenti oggetto del quesito"), ma intende catturare la sicurezza di possedere tutti gli elementi necessari per risolvere il quesito, senza restringerli ad uno specifico argomento, espressa in termini comunque comprensibili per gli studenti ("Ho studiato […]").

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item**
Considerazioni personali	Impegno	Dovrei esercitarmi di più
		Non sono abbastanza preparato/a
		Dovrei studiare meglio o di più
		Non ho studiato gli argomenti oggetto del quesito
	Sicurezza	Sono bravo/a in matematica
		Ho studiato tutto quello che serve per risolvere il quesito
		Ho delle lacune di base

		Non so fare questo tipo di quesiti
		Ho delle difficoltà con i quesiti su questi argomenti

Tabella 6. Item sviluppati per ciascuna sottocategoria della macrocategoria Considerazioni personali.

Per la macrocategoria Strategie risolutive abbiamo costruito 13 item, distribuiti nelle sottocategorie come mostrato nella Tabella 7. Per ciascuna delle sottocategorie Argomentazione, Esempi, e Ragionamento è stato sviluppato un solo item in quanto le risposte degli studenti in ciascuna di esse risultavano abbastanza sovrapponibili. I riferimenti inclusi nelle sottocategorie Calcoli, Conoscenze e Procedimento risultavano invece più articolati, riflettendo una realtà composta da diverse sfumature. Per la sottocategoria Calcoli sono stati sviluppati due item, per riportare il riferimento sia al numero che alla complessità degli stessi; similmente per la sottocategoria Procedimento ne sono stati sviluppati tre, in relazione rispettivamente alla lunghezza del procedimento, alla sua complessità o all'implementazione di una strategia in generale. Infine, per la sottocategoria Conoscenze, sono stati evidenziati quattro nuclei fondamentali: la conoscenza in generale, la tipologia di conoscenze richieste, il loro livello e la loro quantità.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item**
Strategie risolutive	Argomentazione	Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento
	Calcoli	I calcoli erano complicati
		Il quesito era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere
	Conoscenze	Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il quesito

		Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il quesito
		Non avevo le conoscenze per svolgere il quesito
		Il quesito era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti
	Esempi	Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta
	Procedimento	Il procedimento per risolvere il quesito era chiaro e semplice
		Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo
		Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta
	Ragionamento	Bisognava ragionare molto per arrivare a una risposta

Tabella 7. Item sviluppati per ciascuna sottocategoria della macrocategoria Strategie risolutive.

Per la macrocategoria Formulazione del quesito, i cui item sono riportati nella Tabella 8, abbiamo iniziato dalla sottocategoria Elementi non testuali. Avendo considerato negli studi qualitativi solo quesiti nei quali la presenza di elementi non testuali si limitava a figure (senza grafici o tabelle, ad esempio), abbiamo sviluppato un solo item nel quale si parla di "figura", volendo utilizzare un termine comprensibile per gli studenti seppur non sempre usato in modo preciso. Per la sottocategoria Testo sono stati individuati quattro nuclei tematici poi riportati negli item: una difficoltà generalizzata legata al testo, difficoltà nel comprendere i termini, difficoltà nel comprendere incognite o elementi testuali strettamente matematici e

infine difficoltà nel comprendere la formulazione della richiesta. Rispetto alla tipologia di domanda, sono stati formulati due item relativi a due tipologie in particolare: domanda aperta e domanda a risposta multipla.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item**
Formulazione del quesito	Elementi non testuali	La figura mi ha confuso
	Testo	Le richieste erano brevi e semplici
		Era difficile capire il testo
		Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso
		I termini presenti nel testo non erano chiari per me
	Tipologia domanda	Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato
		Il quesito era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento

Tabella 8. Item sviluppati per ciascuna sottocategoria della macrocategoria Formulazione del quesito.

Al termine della prima stesura, gli item sono stati sottoposti alla revisione di una coppia di esperti del settore di ricerca in didattica della matematica. Oltre alla proposta di alcune piccole modifiche terminologiche e di formulazione, per rendere gli item maggiormente chiari, la principale osservazione mossa dagli esperti è stata relativa all'aderenza degli item alla situazione e al quesito in oggetto. In altre parole, considerata la finalità degli item sviluppati, in alcuni item gli esperti hanno consigliato di esplicitare il riferimento diretto al quesito, per evitare che fossero interpretati come riferiti a situazioni generali. Di conseguenza, item come "Dovrei esercitarmi di più" oppure come "Dovrei studiare meglio o di più" sono stati modificati aggiungendo "[…] per risolvere quesiti come questo". Similmente, l'item

“Ho lacune di base” è stato completato aggiungendo “[…] che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del quesito”, come anche “Sono bravo/a in matematica” è stato modificato in “Il quesito mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica”.

Ogni blocco di item relativo a una macrocategoria, nel questionario, è preceduto dalla stessa richiesta introduttiva. Ad esempio, la frase introduttiva per gli item relativi alla macrocategoria Capacità ed esperienze è formulata come segue: “Rifletti sulle motivazioni per cui il quesito ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?”. L’elenco degli item formulati per il questionario specifico sulla difficoltà percepita è riportato nell’Appendice D.

4.2.2.2 Criteri di attribuzione dei punteggi

In questa sezione del questionario, a ciascun item è stato attribuito un punteggio da 1 a 4 in base all’opzione della scala Likert selezionata dal rispondente; agli item a codifica inversa rispetto al senso della scala, è stato attribuito punteggio inverso. Si noti che la polarità di ciascuna scala è stata decisa arbitrariamente. In altre parole, a priori è stata presa la decisione di considerare item a codifica inversa tutti quegli item che non esprimono una difficoltà o che menzionano elementi che hanno reso il quesito facile. Di conseguenza, ottenere un punteggio alto sulla scala di una specifica macrocategoria, significa che la propria difficoltà percepita è stata influenzata fortemente da fattori ad essa appartenenti.

Per ogni macrocategoria di fattori, viene attribuito un punteggio, che appunto indica quanto essa ha contribuito alla determinazione della difficoltà percepita. In questo caso, i punteggi di ogni macrocategoria sono stati determinati come la media delle valutazioni attribuite su scala Likert, ovviamente calcolata dopo aver invertito gli item a codifica inversa. Per ciascuna macrocategoria, si ottiene un punteggio che varia tra 1 e 4, dove 1 significa che la macrocategoria in oggetto non ha avuto influenza sulla difficoltà percepita, mentre 4 significa che tutti i fattori della stessa hanno

avuto una forte influenza sulla difficoltà percepita. In questo modo, tutte le macrocategorie hanno punteggi omogenei, compresi nello stesso intervallo e più facilmente confrontabili. Le medie sono state calcolate solo sulle valutazioni attribuite, di conseguenza se per un item viene selezionata l'opzione "non applicabile", la media viene calcolata senza considerare l'item in questione.

4.2.2.3 Validazione

In questa fase della ricerca non è stato adottato un approccio psicometrico rigoroso alla costruzione della scala. È stata invece privilegiata una prospettiva più flessibile, di matrice sociologica e educativa, nella quale i processi di costruzione e applicazione del questionario non sono nettamente separati (Corbetta, 2015). In questa prospettiva, la definizione degli item e la loro prima applicazione procedono in modo integrato, e la validazione formale dello strumento è rimandata a fasi successive, poiché lo strumento è ancora in fase di definizione e il suo ambito di applicazione non è al momento generalizzabile.

Facendo riferimento al quadro di Messik (1995) relativo alla validazione, in questa fase sono stati analizzati solo gli aspetti relativi alla validità di contenuto, sostanziale e strutturale. Non è stato possibile considerare quelli restanti, ovvero la generalizzabilità, la validità esterna e la validità consequenziale, per le limitazioni già menzionate; tuttavia, ci riserviamo di poterli esaminare in successive estensioni della presente ricerca. La validità di contenuto è stata discussa in due modi: come già descritto nel paragrafo precedente, gli item sono stati revisionati da due esperti del settore di ricerca in didattica della matematica; successivamente, gli item sono stati discussi durante una sessione di *focus group* con dottorandi in didattica della matematica. In entrambi i casi sono stati proposti piccoli cambiamenti nella formulazione degli item, mentre solo gli esperti hanno proposto modifiche o integrazioni nel contenuto. La validità sostanziale risulta supportata dalla costruzione degli item sulla base delle macrocategorie e sottocategorie di riferimento, che fungono da riferimento

teorico strutturato. Infine, come descritto in dettaglio nei capitoli dedicati all'analisi quantitativa, la validità strutturale è supportata dai risultati delle analisi quantitative, in particolare dell'analisi fattoriale confermativa (CFA).

4.2.3 Scelta dei quesiti INVALSI

Nel presente paragrafo vengono illustrati i criteri adottati per la selezione dei quesiti INVALSI inclusi nel questionario, sia nella versione del pre-test che nella versione utilizzata nella somministrazione estesa, e le motivazioni alla base di tali scelte. In particolare, si descrivono le caratteristiche dei quesiti scelti e si delineano le ragioni metodologiche e teoriche delle scelte fatte, evidenziando la coerenza tra le caratteristiche dei quesiti e gli obiettivi della ricerca.

4.2.3.1 Pre-test

Per la fase di pre-test del questionario si è scelto di impiegare due quesiti INVALSI già utilizzati in uno studio qualitativo precedente (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a). Tale scelta è stata guidata dall'intento di costruire uno strumento in grado di rilevare gli stessi aspetti emersi dal questionario adottato nello studio qualitativo. Di conseguenza, al fine di consentire una comparazione diretta tra il questionario in esame e quello usato nello studio qualitativo, si è deciso di utilizzare esattamente gli stessi quesiti.

Per i dettagli dei quesiti, si veda il paragrafo 4.1, in particolare le Figure 6 e 7. Si noti che i quesiti sono entrambi quesiti rilasciati dall'INVALSI provenienti dalla somministrazione 2018 per gli studenti di grado 10. La somministrazione per questo grado viene svolta in modalità CBT proprio dal 2018, di conseguenza i quesiti in oggetto non sono stati somministrati a tutti gli studenti bensì erano presenti solo in alcune forme della prova, motivo per cui per essi non è possibile ottenere le percentuali di risposte corrette, errate e non date in quanto non risulterebbero attendibili. Per i quesiti somministrati in modalità CBT, al posto di suddette percentuali, INVALSI pubblica i livelli di competenza associati, che variano su una scala da 01 (livello di competenza minimo) a 05 (livello di competenza massimo).

I livelli di competenza vengono assegnati ai quesiti calcolando per ognuno di essi l'abilità necessaria per avere il 62% di probabilità di superarlo (INVALSI, 2018). Ai quesiti in oggetto sono stati attribuiti livelli di competenza rispettivamente pari a 03 e 05. Al Quesito 1 (cloze riguardante il teorema di Talete) è stato attribuito un livello di competenza 03, descritto nei seguenti termini:

"Descrizione sintetica

G10 - L'allievo/a utilizza le abilità di base acquisite nel primo biennio della scuola secondaria di secondo grado e collega tra loro le conoscenze fondamentali. Risponde a domande che richiedono semplici ragionamenti a partire dalle informazioni e dai dati forniti. Identifica elementi e proprietà dei principali oggetti matematici (per esempio figure geometriche e grafici). Riconosce diverse rappresentazioni di un oggetto matematico (per esempio numeri decimali, frazioni e percentuali).

Descrizione analitica

SPAZIO E FIGURE L'allievo/a identifica elementi e proprietà dei principali oggetti geometrici in contesti semplici. In particolare visualizza una figura nello spazio a partire da una sua rappresentazione nel piano. Riconosce le principali trasformazioni geometriche quando le figure sono presentate in posizioni standard, per esempio simmetrie rispetto a rette parallele agli assi cartesiani. Collega proprietà geometriche alle corrispondenti caratteristiche analitiche, per esempio il parallelismo fra rette all'uguaglianza delle pendenze. Risolve semplici problemi, per esempio relativi al calcolo di perimetri e aree di poligoni, servendosi di dati forniti esplicitamente nel testo. Comprende e completa una dimostrazione, per esempio su alcune conseguenze del teorema di Talete." (INVALSI, 2019a).

Al Quesito 2 (domanda aperta sulla somma degli angoli interni di un triangolo) è stato attribuito un livello di competenza 05, descritto come segue:

"Descrizione sintetica

G10 - L'allievo/a utilizza con sicurezza gli aspetti concettuali e procedurali degli argomenti più importanti proposti nelle Linee guida e nelle Indicazioni nazionali di matematica per il primo biennio della scuola secondaria di secondo grado. Risponde a domande che richiamano situazioni non ordinarie e complesse per le quali è necessario costruirsi un modello adeguato e interpretare informazioni, attivando strategie e ragionamenti. Utilizza diverse rappresentazioni degli oggetti matematici e passa con sicurezza da una all'altra. Nel processo di risoluzione di un problema coglie relazioni anche non esplicite tra i dati disponibili. Produce argomentazioni pertinenti alle affermazioni da sostenere utilizzando un linguaggio adeguato al grado scolare.

Descrizione analitica

SPAZIO E FIGURE L'allievo/a conosce in maniera dettagliata i principali elementi di geometria e li collega tra loro in modo tale da cogliere relazioni, anche non esplicite, in situazioni geometriche complesse allo scopo di risolvere problemi, per esempio quelli relativi al calcolo di perimetri e aree. Completa o produce dimostrazioni che coinvolgono conoscenze di base di geometria euclidea, per esempio la somma degli angoli interni di un triangolo o la congruenza degli angoli opposti al vertice." (INVALSI, 2019a).

Come si può notare dai livelli di competenza attribuiti e dalle rispettive descrizioni, il Quesito 1 risulta più semplice del Quesito 2 in quanto richiede delle competenze meno articolate e non contempla l'aspetto della produzione originale.

4.2.3.2 Somministrazione estesa

Nel questionario utilizzato per la somministrazione estesa si è deciso di inserire quattro quesiti INVALSI, tutti afferenti all'ambito Spazio e Figure, coerentemente con la DdR1. Inizialmente era stata valutata la possibilità di inserire anche alcuni quesiti di ambiti diversi, per effettuare un confronto da cui potessero emergere le caratteristiche della difficoltà percepita dei quesiti geometrici. Tuttavia, tale scelta, oltre a rendere il questionario eccessivamente lungo, avrebbe introdotto ulteriore variabilità in una situazione già complessa. In particolare, l'utilizzo di quesiti di ambiti diversi avrebbe comportato la necessità di considerare l'ambito come ulteriore fattore potenzialmente in grado di influenzare la difficoltà percepita, senza avere però la possibilità di distinguere l'effetto di tale fattore dall'effetto delle caratteristiche dello specifico quesito. Per questo motivo, in questa prima fase, si è deciso di restringere l'indagine al solo ambito Spazio e figure, selezionando quattro quesiti ad esso afferenti. Tale scelta consente infatti di limitare la variabilità non controllata e di analizzare in modo più mirato il rapporto tra difficoltà e difficoltà percepita per un insieme coerente di quesiti. In secondo luogo, in coerenza con la DdR2, sono stati selezionati quesiti difficili secondo la definizione fornita nel paragrafo 2.1.3 (Mullis et al., 2023), ovvero quesiti che durante la somministrazione a livello nazionale hanno ottenuto una percentuale di risposte corrette minore o uguale al 40%.

I quesiti sono stati selezionati tramite una ricerca guidata sulla piattaforma Gestinv 3.0 (www.gestinv.it), utilizzando in particolare i seguenti filtri:

- ambito: Spazio e figure;
- percentuale di risposte corrette: minore o uguale al 40%;
- grado: grado 10.

È stato impostato un filtro per il grado 10 in quanto gli studenti della scuola secondaria di secondo grado al termine del primo biennio (quindi a conclusione del secondo anno, grado 10) sono stati individuati come target

di riferimento della ricerca. La scelta è stata effettuata in continuità con gli studi esplorativi precedenti, che avevano coinvolto studenti di grado 9 e 10. Inoltre, prevedendo una somministrazione ampia e rivolta a studenti provenienti da diverse tipologie di scuola e indirizzi, si è scelto di selezionare quesiti che, almeno a livello di contenuto, fossero alla portata di studenti con percorsi di formazione differenti. I quesiti INVALSI, infatti, vengono sviluppati sulla base delle indicazioni nazionali per i licei (Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca, 2010a) e delle linee guida per gli istituti tecnici e professionali (MIUR, 2010b; 2010c) che, per il primo biennio risultano simili. In particolare, le indicazioni per il primo biennio rispetto alla geometria sono identiche per tutti i licei, ad eccezione dello scientifico, per il quale sono previsti maggiori approfondimenti riguardo alla circonferenza, alle funzioni circolari e alla risoluzione di triangoli, argomenti che abbiamo escluso dalla nostra selezione. Le linee guida per il primo biennio rispetto alla geometria sono uguali per tutti gli istituti tecnici e professionali e si discostano dalle indicazioni per i licei soprattutto in termini di impostazione, essendo molto più schematiche e meno discorsive. I contenuti sono elencati in modo specifico e risultano comparabili almeno a quelli individuati per i licei non scientifici. Pertanto, abbiamo ritenuto che quesiti INVALSI somministrati al grado 10 potessero essere una scelta opportuna per il nostro target.

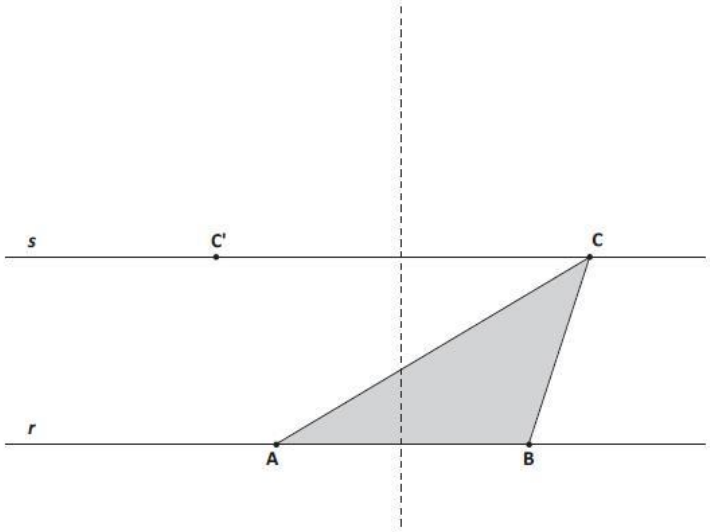
Tra i quesiti ottenuti tramite la ricerca filtrata, sono stati selezionati i quattro seguenti, i cui dettagli sono riportati nella Tabella 9. Sono stati scelti unicamente quesiti a risposta multipla per rendere più agevole la correzione e rendere la distinzione tra risposte corrette ed errate univoca e non soggetta ad eventuale arbitrarietà. Si noti che nella descrizione dei quesiti viene riportato il processo prevalente attivato dal quesito. Dal 2015, sono state modificate le definizioni dei processi e aggiunte le dimensioni di riferimento (conoscere, argomentare, risolvere problemi); pertanto, solo per il Quesito 4 si troverà indicazione anche di suddetto elemento.

Quesito	Anno	Numero	% risposte corrette	Ambito
1	2012	3	28,1	Spazio e figure
2	2013	5	22,7	Spazio e figure
3	2013	27	35,0	Spazio e figure
4	2015	29	19,0	Spazio e figure

Tabella 9. Quesiti INVALSI selezionati per la somministrazione estesa e principali caratteristiche.

Il Quesito 1, riportato nella Figura 8 è un quesito riguardante l'area di una famiglia di triangoli descritta nel testo del problema, di cui uno specifico esempio è rappresentato nella figura. Agli studenti viene richiesto di individuare, tra le opzioni proposte, quali triangoli hanno la stessa area di quello rappresentato nella figura. La risposta corretta tra quelle proposte è la D, infatti tutti gli infiniti triangoli della famiglia (base AB sulla retta r e terzo vertice appartenente alla retta s parallela a r e passante per il punto C) hanno la stessa area in quanto aventi la stessa base (AB) e altezza identica (pari alla distanza tra le due rette parallele r e s). Il processo che il quesito indaga è l'utilizzo di forme tipiche del ragionamento matematico quali congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare, dimostrare.

D3. **ABC è uno degli infiniti triangoli aventi la base AB sulla retta *r* e il terzo vertice in un punto qualunque della retta *s* parallela a *r* e passante per C.**



Fra gli infiniti triangoli descritti sopra, quali hanno la stessa area di ABC?

A. ☐ Soltanto il triangolo ABC', simmetrico di ABC rispetto all'asse di AB

B. ☐ Soltanto il triangolo isoscele di base AB

C. ☐ Soltanto il triangolo rettangolo in A e il triangolo rettangolo in B

D. ☐ Tutti gli infiniti triangoli di base AB

Figura 8. Quesito 1 proposto nel questionario per la somministrazione estesa, identificato nella somministrazione INVALSI con il nome D3_2012. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

Nella Figura 9 sono riportate le percentuali di risposta al quesito e della distribuzione delle risposte tra le varie opzioni nella somministrazione su scala nazionale svolta da INVALSI. Da queste si evince che il quesito è risultato particolarmente difficile, avendo una grande percentuale di risposte errate, ma solo una piccola percentuale di risposte non date. In altre parole, gli studenti sembrano sufficientemente sicuri della loro risposta da scegliere di rispondere alla domanda e non lasciarla vuota, forse anche rassicurati dal formato a risposta multipla e dalla conseguente probabilità di rispondere correttamente anche non essendo totalmente certi.

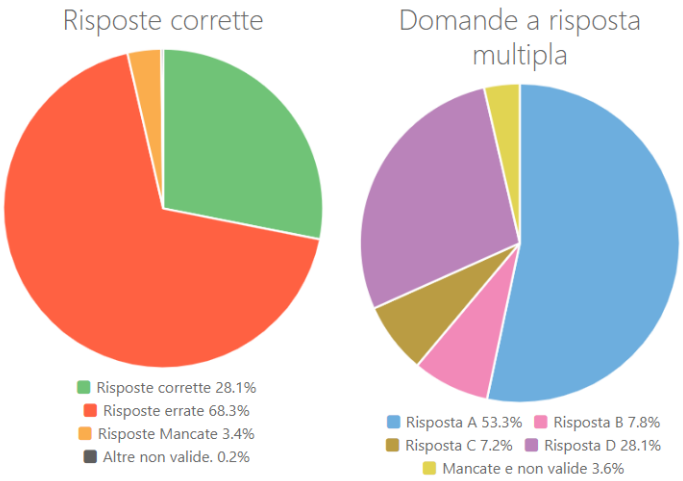


Figura 9. Percentuali di risposta e distribuzione delle risposte tra le varie opzioni del quesito D3_2012 nella somministrazione nazionale. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

Analizzando il quesito e i dati della somministrazione nazionale, si evidenzia un possibile impatto di una misconcezione dalle radici profonde, ovvero la differenza tra equivalenza (stesso valore dell'area) e congruenza (sovrapponibilità tramite un movimento rigido). Come mostrato dalle percentuali di risposta delle varie opzioni e dalle curve caratteristiche (Figura 10), vi è un distrattore (l'opzione A) che risulta preferito rispetto alla risposta corretta in tutti i decili di abilità tranne il più alto. Ciò significa che la risposta in oggetto ha attratto studenti di tutte le abilità e non solo i più fragili. Tale risposta identifica il triangolo simmetrico di *ABC* rispetto al suo asse, che è il solo triangolo con le caratteristiche date ad essere congruente ad *ABC*, ma non è l'unico ad essere equivalente.

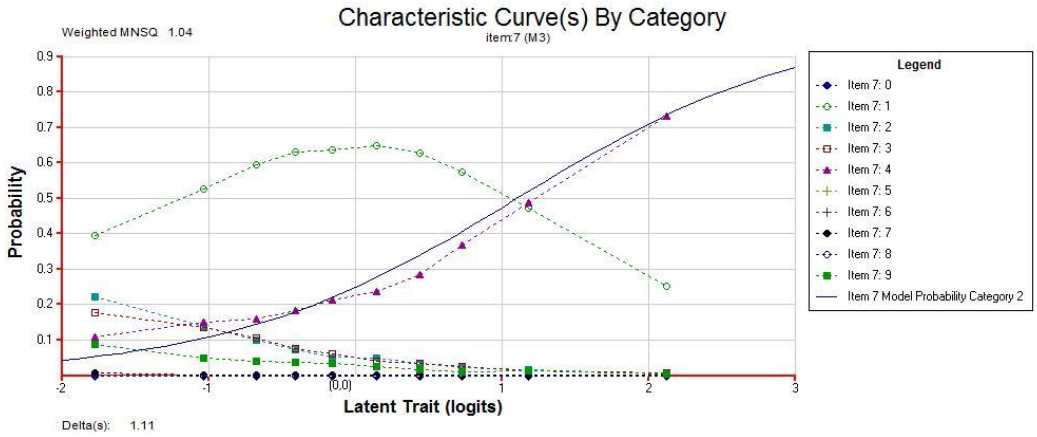
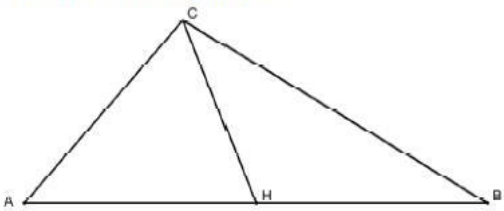


Figura 10. Curve caratteristiche del quesito D3_2012. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

Il Quesito 2, riportato nella Figura 11 è un quesito riguardante l'area di due triangoli mostrati nella figura inclusa nel quesito. In questo caso particolare, la figura viene descritta nella consegna e viene chiesto agli studenti di selezionare la giustificazione corretta per l'affermazione proposta. La risposta corretta è la A, infatti i due triangoli hanno la stessa area poiché le loro altezze (non mostrate in figura) sono coincidenti, mentre le rispettive basi sono uguali, essendo H il punto medio del lato AB, per definizione posto alla stessa distanza dai due estremi A e B del segmento. Anche questo quesito indaga il processo di utilizzo di forme tipiche del ragionamento matematico quali congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare, dimostrare. In questo caso le conoscenze richieste per risolvere il quesito sono sostanzialmente analoghe a quelle del quesito precedente (calcolo della misura dell'area di un triangolo), con l'aggiunta della nozione di punto medio. Tuttavia, viene posto un accento sull'argomentazione, in quanto allo studente viene richiesto di selezionare la giustificazione corretta.

D5. **H è il punto medio del lato AB del triangolo ABC.**



I triangoli AHC e HBC hanno la stessa area perché

A. ☐ la distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e AH = HB

B. ☐ la mediana CH divide il triangolo in due triangoli congruenti

C. ☐ hanno come altezza comune CH e le relative basi sono della stessa lunghezza

D. ☐ i triangoli CHA e CHB sono tutti e due triangoli isosceli

Figura 11. Quesito 2 proposto nel questionario per la somministrazione estesa, identificato nella somministrazione INVALSI con il nome D5_2013. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

Nella Figura 12 sono riportate le percentuali di risposta al quesito e della distribuzione delle risposte tra le varie opzioni nella somministrazione su scala nazionale svolta da INVALSI. Si può notare che a livello nazionale il quesito è risultato più difficile del precedente e le considerazioni riguardo alle risposte non date risultano sostanzialmente analoghe. Anche in questo caso, quindi, gli studenti si sentivano probabilmente abbastanza sicuri della loro scelta.

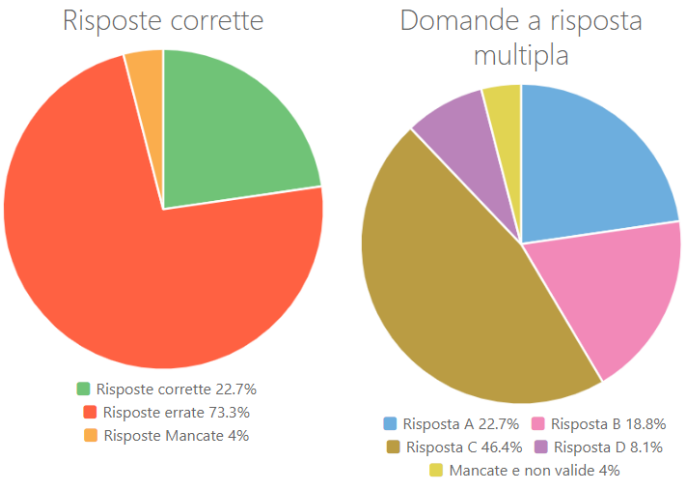


Figura 12. Percentuali di risposta e distribuzione delle risposte tra le varie opzioni del quesito D5_2013 nella somministrazione nazionale. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

I dati della somministrazione nazionale evidenziano anche in questo caso la probabile influenza di un'altra misconcezione: la differenza tra mediana e altezza di un triangolo. Queste in alcuni triangoli coincidono, ma sono due entità differenti, essendo la mediana definita come la retta che collega il punto medio di un lato del triangolo con il vertice opposto, mentre l'altezza come la retta che cade perpendicolarmente su un lato (o sul suo prolungamento) dal vertice opposto. In questo caso, inoltre, la confusione degli studenti può essere stata aumentata dal fatto che il punto medio del lato AB è stato indicato con la lettera H, solitamente utilizzata per indicare l'altezza. La distribuzione delle percentuali di risposta e le curve caratteristiche (Figura 13) mostrano la presenza di un distrattore (opzione C) preferito alla risposta corretta in tutti i decili di abilità ad eccezione del più alto. Il distrattore in oggetto sfrutta proprio la possibile confusione tra altezza e mediana, identificando erroneamente CH, la mediana del triangolo ABC, come altezza dei due triangoli AHC e HBC.

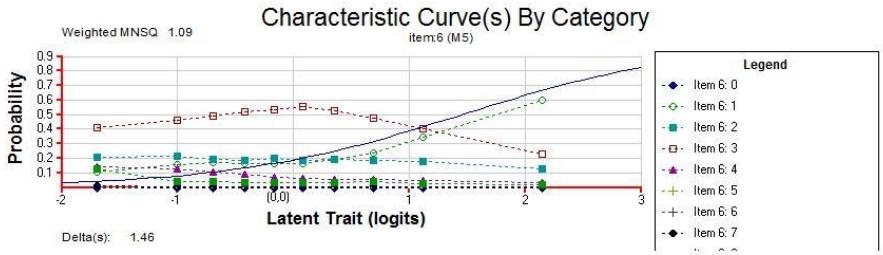
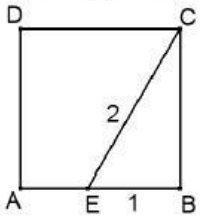


Figura 13. Curve caratteristiche del quesito D5_2013. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

Il Quesito 3, riportato nella Figura 14, riguarda l'area del quadrato rappresentato nella figura. In particolare, agli studenti viene richiesto di scegliere tra le opzioni di risposta la misura della superficie del quadrato. La risposta corretta è l'opzione A. Infatti, è possibile trovare la lunghezza del lato BC tramite il teorema di Pitagora applicato al triangolo EBC: $BC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{4-1} = \sqrt{3} dm^2$. Dopodiché si trova l'area del quadrato in oggetto moltiplicando la misura del lato per sé stessa: $A = BC \times BC = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3dm^2$. Il processo indagato da questo quesito, a differenza dei due precedenti, è la risoluzione di problemi utilizzando strategie in ambiti

diversi, in questo caso in ambito geometrico (individuare e collegare le informazioni utili, individuare e utilizzare procedure risolutive, confrontare strategie di soluzione, descrivere e rappresentare il procedimento risolutivo). Nel complesso, agli studenti si richiede di implementare una strategia risolutiva per risolvere un problema geometrico di calcolo dell'area di una figura piana. Le conoscenze richieste sono il teorema di Pitagora e le strategie per il calcolo dell'area di un quadrato.

D27. **ABCD è un quadrato, il segmento EC è lungo 2 dm e il segmento EB è lungo 1 dm.**



La superficie del quadrato ABCD misura

A. ☐ $3\ dm^2$

B. ☐ $4\ dm^2$

C. ☐ $5\ dm^2$

D. ☐ $4\sqrt{3}\ dm^2$

Figura 14. Quesito 3 proposto nel questionario per la somministrazione estesa, identificato nella somministrazione INVALSI con il nome D27_2013. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

Come si vede dalle percentuali di risposta al quesito e dalla distribuzione delle risposte tra le varie opzioni nella somministrazione su scala nazionale svolta da INVALSI riportate in Figura 15, questo quesito è risultato meno difficile degli altri due esaminati. Come si vedrà in seguito è, nei fatti, il quesito meno difficile tra i quesiti difficili selezionati per la ricerca in oggetto. Anche in questo caso la percentuale di risposte non date è molto piccola; le risposte errate invece, a differenza degli altri casi, non risultano estremamente concentrate su uno solo dei distrattori, bensì piuttosto distribuite tra essi.

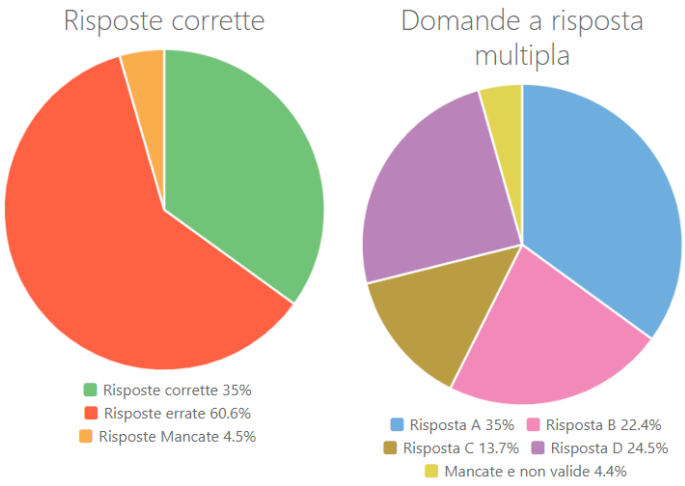


Figura 15. Percentuali di risposta e distribuzione delle risposte tra le varie opzioni del quesito D27_2013 nella somministrazione nazionale. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

Per questo quesito, le curve caratteristiche riportate in Figura 16 mostrano che non vi è un distrattore preferito in assoluto dagli studenti. Nei decili di abilità più bassa, l'opzione più scelta è la B, che gioca sul fatto che visivamente il punto *E* possa sembrare il punto medio del lato del quadrato. L'altra risposta molto scelta, soprattutto nei decili di media abilità, è la D, che si ottiene calcolando la misura del perimetro invece che dell'area.

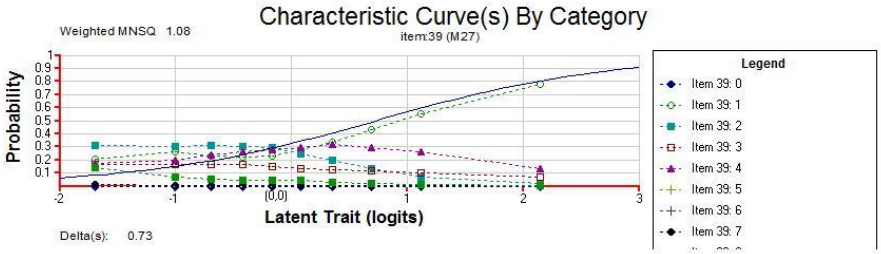


Figura 16. Curve caratteristiche del quesito D27_2013. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

L'ultimo quesito selezionato, chiamato Quesito 4 nel nostro questionario e riportato nella Figura 17, riguarda la simmetria dei triangoli. Il quesito, a differenza degli altri, non contiene figure e chiede agli studenti semplicemente di selezionare l'unica affermazione vera tra le opzioni. Le affermazioni sono affermazioni generali sulle caratteristiche dei triangoli in termini di simmetria che devono essere verificate (o confutate) in base alla logica dei predicati. Ciò significa, ad esempio, che per confutare

affermazioni del tipo “Ogni triangolo…” oppure “Tutti i triangoli…” è sufficiente trovare un controesempio. La risposta corretta è la D, che afferma che alcuni triangoli hanno un asse di simmetria. Questo è certamente vero: basti pensare ai triangoli isosceli, che hanno esattamente un asse di simmetria. Il termine “alcuni” può essere considerato corrispondente, nella logica dei predicati, al quantificatore ∃ (esiste), per verificare il quale basta trovare un oggetto che verifichi la caratteristica data. Nel linguaggio naturale, il termine “alcuni” contiene spesso anche la sfumatura “non tutti”, per verificare la quale, nel nostro caso, basta trovare un oggetto privo della caratteristica cercata come, ad esempio, un qualsiasi triangolo scaleno. Proprio per l’utilizzo di esempi e controesempi necessario per risolvere il quesito, esso viene collocato nella dimensione argomentare, mentre il processo da esso attivato prevalentemente è l’acquisizione di forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, argomentare, verificare, definire, generalizzare).

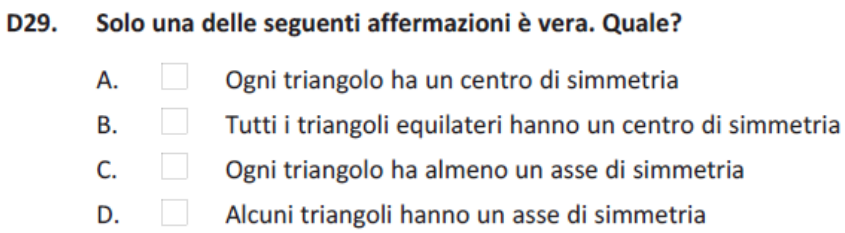


Figura 17. Quesito 4 proposto nel questionario per la somministrazione estesa, identificato nella somministrazione INVALSI con il nome D29_2015. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it.

Le percentuali di risposta al quesito e la distribuzione delle risposte tra le opzioni nella somministrazione a livello nazionale svolta da INVALSI, riportate in Figura 18, evidenziano la difficoltà del quesito. Anche in questo caso la percentuale di risposte non date è minima. Si noti che questo quesito, tra i quattro selezionati, risulta essere il più difficile.

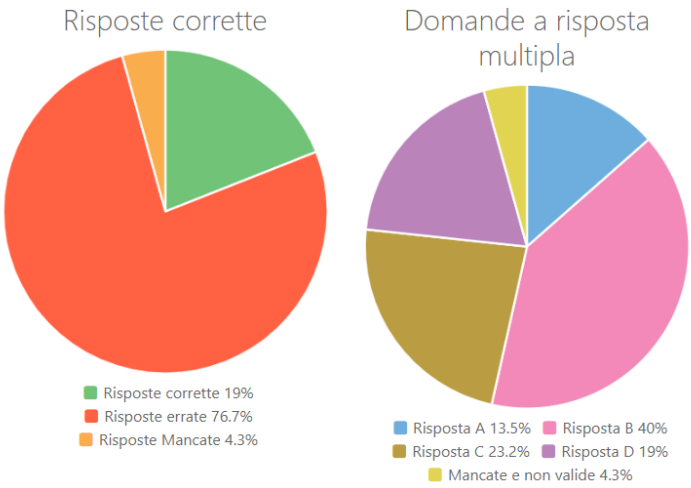


Figura 18. Percentuali di risposta e distribuzione delle risposte tra le varie opzioni del quesito D29_2015 nella somministrazione nazionale. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

Come si può osservare nella Figura 19, in questo item vi è un distrattore (l'opzione B) che viene preferito rispetto alla risposta corretta in tutti i decili di abilità ad eccezione del più alto, nel quale risulta comunque molto scelto. Questo aspetto può essere ricondotto all'ambiguità, a volte non controllata neanche dagli insegnanti, tra simmetria come proprietà di una figura e simmetria come trasformazione geometrica del piano. Infatti, mentre l'opzione corretta si riferisce alla simmetria come proprietà dei triangoli, l'opzione B si riferisce invece alla simmetria come trasformazione: un triangolo equilatero viene trasformato in sé stesso da rotazioni e non simmetrie con centro il centro del triangolo, ma questo può farlo sembrare, agli occhi degli studenti, una figura simmetrica.

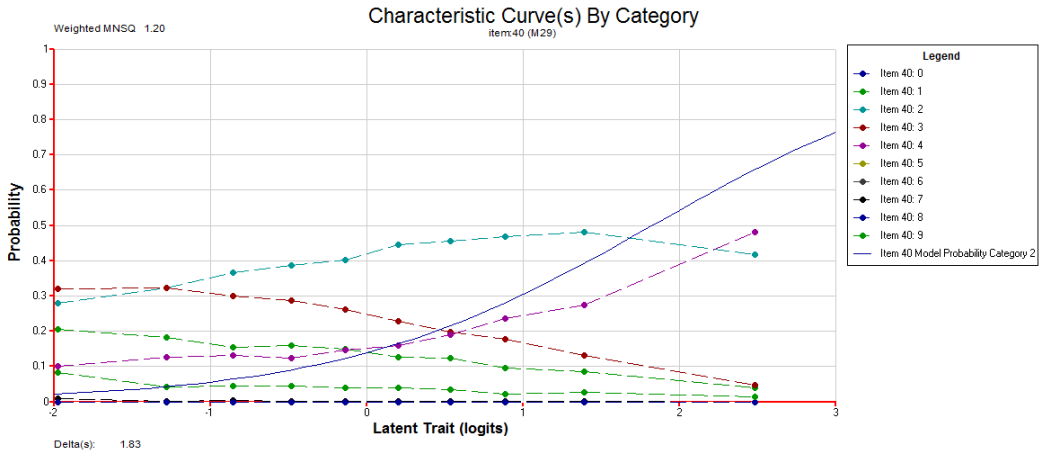


Figura 19. Curve caratteristiche del quesito D29_2015. Fonte: Archivio prove INVALSI www.gestinv.it

4.2.4 Struttura del questionario nelle due versioni

Il questionario è stato strutturato in modo leggermente differente nelle due versioni utilizzate rispettivamente per il pre-test e per la somministrazione estesa. Si noti che, in entrambe le versioni, viene utilizzato sempre il termine "problemi" per riferirsi a quelli che fino ad ora, in questa sede, sono stati denominati "quesiti" (in particolare, quesiti INVALSI). Tale scelta, di carattere unicamente pragmatico, non risponde a una distinzione concettuale, ma nasce dall'esigenza di adottare una terminologia più familiare agli studenti di tutti gli indirizzi scolastici ed evitare possibili fraintendimenti. Di conseguenza, anche gli item formulati e precedentemente discussi sono stati modificati in accordo con questa scelta terminologica.

Il questionario utilizzato per il pre-test, nella versione definitiva riportata per esteso in Appendice A, è costituito da una prima parte di richiesta di dati anagrafici e personali (nome, cognome, classe, sesso, tipologia di scuola frequentata, nome della scuola, regione, provincia), seguita dalla sezione di questionario generale relativo al rapporto con la matematica. Nella sezione successiva, agli studenti viene chiesto di risolvere il primo quesito descritto nel paragrafo 4.2.3.1 e di valutarne la difficoltà percepita su una scala da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile). Segue il questionario sulla difficoltà percepita, riferito nello specifico al quesito

appena risolto. La stessa struttura viene riproposta con il secondo e ultimo quesito descritto nel paragrafo 4.2.3.1. Infine, agli studenti viene richiesto di ripensare ai quesiti proposti nel questionario e confrontarli, riflettendo su quale sia sembrato loro più difficile e indicando quanto difficile su una scala da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile) sia loro sembrato ciascuno di essi.

Il questionario utilizzato nella somministrazione estesa adotta la stessa struttura di base ma differisce nei quesiti scelti. Infatti, in tale questionario, anch'esso riportato per esteso in Appendice B, vengono proposti quattro quesiti agli studenti, descritti nel paragrafo 4.2.3.2, ciascuno accompagnato dalle stesse richieste già descritte per il questionario di pre-test. Anche in questo caso il questionario si chiude con la richiesta di confronto tra i quattro quesiti affrontati. Sebbene dopo la somministrazione del pre-test alcuni item fossero stati segnalati dagli studenti come poco chiari ed altri fossero risultati caratterizzati da pattern di risposta inattesi, si è comunque scelto di non modificare nessuno degli item in questa fase. Al contrario, si è proceduto a svolgere la somministrazione estesa del questionario al fine di osservare più accuratamente il comportamento degli item e acquisire ulteriori elementi valutativi prima di considerare eventuali revisioni. Le evidenze emerse dal pre-test anche in relazione a questo aspetto saranno descritte in dettaglio nel capitolo successivo. In entrambe le versioni del questionario, sono stati impostati dei controlli per far sì che tutte le richieste risultassero obbligatorie.

Capitolo V

Fase quantitativa – Pre-test

Nei primi mesi dell'a.s. 2024/2025, è stata svolta una somministrazione iniziale su scala ridotta del questionario sviluppato. Il questionario è stato somministrato nella versione riportata in Appendice A, con lo scopo di pre-testare gli item tradotti relativi al rapporto con la matematica e gli item originali relativi alla difficoltà percepita. Per il primo gruppo di item era necessario procedere con gli ulteriori passi della validazione cross-culturale; per il secondo gruppo, invece, è stata svolta una validazione più flessibile ed empirica, con le dovute limitazioni, tramite il confronto con i risultati degli studi qualitativi precedenti.

5.1 Individuazione del campione e somministrazione

È stato individuato un campione composto da 60 studenti del liceo scientifico, provenienti da tre classi di grado 11 di tre diversi licei scientifici del Lazio. Lo schema di campionamento ha portato alla selezione di un campione di convenienza a composizione omogenea (Onwuegbuzie & Collins, 2007), ovvero formato da partecipanti facilmente raggiungibili e disponibili a partecipare allo studio e allo stesso tempo accomunati da alcune caratteristiche, in questo caso specifico la frequenza del grado 11 (classe terza della secondaria di secondo grado) in un liceo scientifico nel Lazio. Il campione selezionato risulta quindi non probabilistico e non rappresentativo, per ovvi limiti strutturali; tuttavia, si è ritenuto che un campione omogeneo fosse la scelta opportuna per i nostri scopi, in quanto offre una generalizzabilità relativamente migliore, tra le diverse possibilità di campioni di convenienza.

La somministrazione in oggetto è stata implementata per pre-testare gli item sviluppati nella fase precedente, ovvero gli item tradotti relativi al rapporto con la matematica e gli item originali relativi alla difficoltà percepita, nonché il questionario nel complesso. Lo scopo della somministrazione ha quindi influito sulla scelta del campione,

determinandone le caratteristiche principali. Per la validazione cross-culturale degli item tradotti era necessario un campione composto da studenti possibilmente di madrelingua italiana. Per pre-testare gli item relativi alla difficoltà percepita si è optato invece per un disegno basato sul confronto dei risultati del questionario in oggetto con quelli dei precedenti studi qualitativi, con l'obiettivo di accertare che i due diversi questionari convergessero nell'individuare i medesimi elementi della difficoltà percepita. Nel confronto, sono stati considerati in particolare i soli risultati ottenuti dall'analisi dei dati raccolti nell'ultimo studio qualitativo (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a), nel quale erano stati coinvolti 86 studenti provenienti da cinque classi di grado 10 (secondo anno della scuola secondaria di secondo grado) di tre scuole del Lazio: due Licei Scientifici e un Liceo delle Scienze Umane.

Di conseguenza, il campione della fase di pre-test è stato selezionato in base a criteri che lo rendessero comparabile con quello della raccolta dati qualitativa. Poiché la somministrazione è stata programmata per i primi mesi dell'anno scolastico, sono stati selezionati studenti del grado 11, invece che del grado 10. Sono state coinvolte solo scuole del Lazio per mantenere il criterio di selezione regionale e in questo caso sono state selezionate solo classi di liceo scientifico per indisponibilità di classi di altri indirizzi. Il numero di scuole è stato mantenuto pari a 3, mentre il numero di classi è stato abbassato a 3 per mantenere i numeri totali degli studenti comparabili. È quindi necessario valutare con cautela i risultati del pre-test, tenendo conto delle caratteristiche del campione.

La somministrazione del questionario nella versione di pre-test è stata svolta nelle tre classi con il consenso di dirigenti, insegnanti e genitori. Agli studenti è stato chiesto di compilare il questionario online utilizzando pc o tablet della scuola o, in caso di impossibilità, i loro dispositivi personali. I dati relativi al tipo di dispositivo utilizzato non sono stati raccolti. Per lo svolgimento del questionario è stato previsto un tempo massimo di un'ora. La somministrazione è stata svolta alla presenza dell'autrice, al fine di

garantire il corretto svolgimento della procedura e fornire eventuali chiarimenti agli studenti.

5.2 Analisi dei dati

L'analisi dei dati è stata svolta su Jamovi (v. 2.6.44), software per l'analisi statistica, gratuito e open-source, sul quale sono stati importati i dati precedentemente scaricati da SurveyMonkey. Le fasi dell'analisi sono descritte in dettaglio nei paragrafi successivi.

5.2.1 Analisi del questionario sul rapporto con la matematica

In questa fase sono state analizzate le risposte fornite dagli studenti al questionario e i feedback raccolti informalmente durante la somministrazione e appuntati dall'autrice. Non sono emerse particolari difficoltà durante la compilazione di questa sezione del questionario, sebbene alcuni studenti abbiano sporadicamente espresso dubbi riguardo ad alcuni termini o espressioni (ad esempio "mascolina" oppure "matematica avanzata"). In alcune classi, le studentesse hanno espresso delle perplessità riguardo agli item della scala Matematica come campo maschile, ritenendo gli item proposti espressione di mentalità superate. Nel contesto della somministrazione è stato chiarito che alcuni item possono risultare divisivi o esprimere delle posizioni lontane dalle proprie, ed è a maggior ragione importante in questi casi valutarli di conseguenza. In questa fase non sono state svolte analisi di statistica descrittiva, valutazione dell'affidabilità né analisi fattoriale confermativa a causa del numero di partecipanti molto ristretto. Le analisi in oggetto sono state rimandate alla fase di somministrazione estesa.

5.2.2 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 1

La prima fase di analisi si è concentrata sui dati ottenuti tramite il questionario sulla difficoltà percepita in relazione al Quesito 1 (si veda il paragrafo 4.2.3.1). Il pre-test è stato utilizzato principalmente per individuare eventuali problemi di comprensione e formulazione degli item,

per calcolare medie preliminari di scala e confrontarle con i risultati degli studi qualitativi precedenti. La valutazione dell'affidabilità interna è stata invece posticipata alla somministrazione effettuata in seguito, su un campione più esteso, dopo aver apportato eventuali correzioni agli item. Di seguito i dettagli dell'analisi, riportati secondo l'ordine seguito nella realizzazione della stessa.

5.2.2.1 Controlli preliminari e statistiche descrittive

Nell'analisi del questionario sulla difficoltà percepita, sono stati innanzitutto eliminati gli item non applicabili alla situazione secondo il parere del gruppo di ricerca. Gli item in oggetto sono relativi ad aspetti non presenti nel quesito e presentano tra le possibili risposte l'opzione "non applicabile". La scelta di non considerare questi item nell'analisi è chiaramente arbitraria e potrebbe essere oggetto di discussione; tuttavia, si sottolinea che, di fatto, tale opzione era stata scelta in molti casi dagli studenti, cosa che avrebbe reso eventuali analisi quantitative successive poco attendibili. Inoltre, durante le somministrazioni, è emerso un item interpretato dagli studenti in modo opposto rispetto al senso attribuito originariamente. L'item in questione è "Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema", che vorrebbe indagare l'influenza dell'esperienza sulla difficoltà percepita. È stato formulato secondo l'idea che argomenti affrontati da poco dovrebbero essere freschi nella memoria degli studenti e quindi ciò dovrebbe costituire un elemento facilitatore. Invece gli studenti del campione in oggetto lo hanno interpretato nell'accezione opposta, ovvero, parafrasando uno studente, "se l'ho studiato da poco, non è ancora consolidato; quindi, questo rende il problema difficile; se invece ho studiato l'argomento da tanto, questo si è sedimentato e quindi mi rende il problema più facile". Questa ambiguità non era emersa negli studi esplorativi precedenti, ma risulta sicuramente rilevante, di conseguenza si è deciso di escludere l'item in oggetto dall'analisi e di rivalutarlo in seguito per la somministrazione estesa. Tutti gli item esclusi dall'analisi dopo queste valutazioni preliminari sono riportati nella Tabella 10.

Macrocategoria	Sottocategorie	Item esclusi
Capacità ed esperienze	Esperienza	(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema
Strategie risolutive	Argomentazione	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta
Formulazione del problema	Testo	(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso

Tabella 10. Item esclusi dall'analisi del Quesito 1 del pre-test.

Quello appena descritto rappresenta il primo controllo, messo in atto per gestire item ambigui e dati mancanti. Poiché nel questionario tutte le domande sono obbligatorie, non vi sono vere e proprie risposte mancanti. A livello di analisi generale eseguita complessivamente sulla totalità dei dati raccolti, abbiamo codificato la risposta "non applicabile" come mancante per evitare di falsare i risultati; nell'analisi particolare di ciascun caso, invece, risposte di questo tipo sono state analizzate come appunto "non applicabile" per capire il comportamento del rispondente. Il secondo controllo è quello relativo all'esclusione dei dati poco attendibili, identificabili da pattern di risposta particolari (risposte tutte uguali, escludibili impostando un limite cut-off sulla deviazione standard, oppure risposte che si ripetono in un certo ordine). Al termine della valutazione si è deciso di non escludere nessuna risposta in considerazione del fatto che i

pattern, sebbene improbabili, potrebbero essere espressione di percezioni reali, essendo il questionario completamente basato sull'opinione soggettiva di ciascuno studente. Infine, gli item a codifica inversa sono stati ricodificati tramite la funzione interna di Jamovi in modo da poter svolgere le analisi.

Per fornire una prima descrizione dei dati, è stata condotta un'analisi di statistica descrittiva sulla variabile rappresentante la difficoltà percepita dagli studenti rispetto al Quesito 1. In particolare, sono state calcolate le principali misure sintetiche di tendenza centrale (media e mediana) e di variabilità (deviazione standard), utili per evidenziare l'andamento generale delle risposte e la dispersione attorno ai valori medi. I valori ottenuti sono riportati nella Tabella 11. D'ora in avanti si utilizzerà il punto come separatore decimale, coerentemente con le impostazioni del software Jamovi e i relativi output.

Descrittive

	DP_Q1
N	60
Mancanti	0
Media	3.47
Mediana	3.00
Deviazione standard	1.76
Minimo	1
Massimo	10

Tabella 11. Statistiche descrittive difficoltà percepita Quesito 1.

La media moderatamente bassa (3.47) e vicina alla mediana (3.00), suggerisce che la maggior parte delle risposte si concentrino nella parte bassa della scala. In media, quindi, la difficoltà percepita dagli studenti rispetto al Quesito 1 è risultata bassa. Tuttavia, dal valore minimo e massimo riportati si deduce che le risposte coprono l'intero range delle possibilità. Questo, insieme alla deviazione standard relativamente alta (1.76), indica che le risposte sono variabili e che vi è una discreta eterogeneità nelle percezioni degli studenti.

5.2.2.2 Medie di scala e riferimenti validi

Per ciascuno studente sono state calcolate le medie di scala relative a ciascuna delle macrocategorie. Le medie sono state calcolate sui punteggi attribuiti agli item inclusi in ogni macrocategoria; nel caso di item per i quali era stata selezionata la risposta "non applicabile", la media è stata calcolata automaticamente senza includere l'item in oggetto. Il calcolo della media di scala permette di ottenere un indicatore complessivo della difficoltà percepita derivante da ciascun fattore (macrocategoria). Essendo la scala Likert la stessa per tutti gli item delle differenti macrocategorie, utilizzare punteggi medi invece che somme consente di confrontare le macrocategorie tra loro, anche se composte da un numero diverso di item, e di identificare le aree in cui gli studenti percepiscono maggiori o minori difficoltà. Successivamente, sono state effettuate analisi statistiche descrittive sulle medie di ciascuna macrocategoria su tutto il campione di studenti. I risultati sono riportati nella Tabella 12.

Descrittive

	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q1_Capacità_ed_esperienze	1.80	1.69	0.561	1.00	3.63
Q1_Emozioni	1.82	1.71	0.513	1.00	3.29
Q1_Considerazioni_personali	1.95	2.00	0.565	1.00	3.22
Q1_Strategie_risolutive	1.71	1.60	0.386	1.00	2.50
Q1_Formulazione_del_problema	1.55	1.57	0.404	1.00	3.00

Tabella 12. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria relative al Quesito 1.

Come si può osservare, tutte le macrocategorie presentano medie complessivamente basse, ad indicare che ciascuna delle dimensioni indagate ha avuto un peso contenuto sulla difficoltà percepita. Questo aspetto è coerente con il valore ottenuto in precedenza per la difficoltà percepita media, che pure risulta molto bassa: nessuna delle dimensioni analizzate ha comportato una difficoltà percepita rilevante perché di fatto non è stata percepita una difficoltà rilevante in generale.

Successivamente sono stati stabiliti i criteri per il conteggio dei riferimenti, nell'ottica del confronto con i risultati degli studi qualitativi. Infatti, le risposte aperte degli studi in oggetto sono interpretabili, di conseguenza possono essere analizzate e filtrate, conteggiando solo quelle che esprimono elementi che rendono il quesito difficile, secondo la percezione del rispondente. Le risposte raccolte con il questionario elaborato in questa ricerca e i rispettivi punteggi, invece, non permettono di effettuare immediatamente questa distinzione. Infatti, in questo caso, gli studenti non avevano la possibilità di menzionare o valutare solo i fattori influenti sulla difficoltà percepita per loro importanti, ma dovevano completare la valutazione di tutti gli item. Per poter effettuare un confronto appariva quindi necessario rispondere alla domanda: questo studente avrebbe menzionato questo aspetto nel questionario a risposta aperta? Chiaramente non è possibile ottenere una risposta certa, ma abbiamo stabilito dei criteri per ipotizzare una risposta e, sulla base di essa, conteggiare i riferimenti validi per il confronto. Per ogni studente, abbiamo conteggiato un riferimento valido per una particolare macrocategoria se una delle seguenti due condizioni risultava verificata:

- ad almeno un item della macrocategoria è stato attribuito punteggio massimo (pari a 4);
- ad almeno metà degli item della macrocategoria è stato attribuito un punteggio maggiore o uguale a 3.

Le due condizioni ci sembrava rappresentassero le due situazioni che avrebbero portato gli studenti a menzionare quegli aspetti nelle risposte aperte, ovvero una difficoltà percepita derivante da un elemento in particolare, oppure una difficoltà percepita più generalizzata, derivante da molti elementi che concorrono a costruirla.

A questo punto è stato calcolato il numero di riferimenti validi secondo il criterio enunciato per ogni macrocategoria. Sono stati conteggiati 63 riferimenti in totale, suddivisi come riportato nella Tabella 13.

Macrocategoria	Numero di riferimenti
Capacità ed esperienze	18
Emozioni	15
Considerazioni personali	16
Strategie risolutive	9
Formulazione del quesito	5

Tabella 13. Numero di riferimenti validi per ogni macrocategoria per il Quesito 1.

Il numero di riferimenti conteggiati è abbastanza rilevante se messo in relazione con il numero totale di rispondenti. Tuttavia, è necessario ricordare che, per come il conteggio è stato impostato, è possibile che per uno stesso studente vengano contati fino a 5 riferimenti validi, uno per ciascuna macrocategoria. Questo aspetto particolare non è in contrasto con le assunzioni di base delle macrocategorie, che per definizione non sono mutualmente esclusive, ma deve essere considerato nell'interpretazione dei risultati. Infatti, suddetti risultati possono potenzialmente derivare anche da soli 13 studenti per i quali sono stati conteggiati riferimenti a tutte le macrocategorie. Dalla distribuzione dei riferimenti, inoltre, sembra che le macrocategorie che più influenzano la difficoltà percepita riguardo al Quesito 1 siano Capacità ed esperienze, Emozioni e Considerazioni personali.

5.2.3 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 2

5.2.3.1 Controlli preliminari e statistiche descrittive

Anche nell'analisi del Quesito 2, sono stati innanzitutto effettuati i controlli preliminari relativi al contenuto degli item, risultanti nell'esclusione dall'analisi di quelli non applicabili secondo il parere del gruppo di ricerca. Anche in questo caso è stato escluso dall'analisi l'item "Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema", in quanto affetto dalle

stesse ambiguità anche relativamente a questo quesito. Gli item esclusi dall'analisi per il Quesito 2 sono riportati nella Tabella 14.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item esclusi**
Capacità ed esperienze	Esperienza	(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema
Strategie risolutive	Calcoli	(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere
	Conoscenze	(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta
Formulazione del problema	Tipologia domanda	(F6) Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato
		(F7) Il quesito era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento

Tabella 14. Item esclusi dall'analisi del Quesito 2 del pre-test.

Anche in questo caso, per le considerazioni già riportate in relazione al Quesito 1, si è deciso di non implementare controlli per escludere dati poco attendibili, in quanto non individuabili con sufficiente certezza. Al termine delle osservazioni, gli item a codifica inversa sono stati ricodificati utilizzando l'apposita funzione di Jamovi.

Sono state condotte analisi di statistica descrittiva relative alla valutazione della difficoltà percepita rispetto al Quesito 2, calcolando le

stesse misure sintetiche calcolate per il Quesito 1 (media, mediana, deviazione standard), i cui valori sono riportati nella Tabella 15.

Descrittive

	DP_Q2
N	60
Mancanti	0
Media	2.78
Mediana	2.00
Deviazione standard	2.23
Minimo	1
Massimo	10

Tabella 15. Statistiche descrittive difficoltà percepita Quesito 2.

Per il Quesito 2, la media della difficoltà percepita (2.78) è molto bassa e abbastanza vicina alla mediana (2.00), il che indica che le risposte fornite si concentrano nella parte bassa della scala. Anche per questo quesito la media della difficoltà percepita dagli studenti è molto bassa, addirittura più bassa di quella calcolata per il Quesito 1. In altre parole, gli studenti hanno percepito il Quesito 2 mediamente più facile del Quesito 1, ed entrambi come molto facili. La deviazione standard alta (2.23) e il range delle risposte che copre tutta la scala, mostrano che i dati sono caratterizzati da una grande variabilità e che quindi la percezione degli studenti non è stata unanime.

5.2.3.2 Medie di scala e riferimenti validi

Per il calcolo delle medie di scala è stato utilizzato lo stesso metodo spiegato relativamente al Quesito 1 (si veda il paragrafo 5.2.2.2). Di seguito, nella Tabella 16, sono riportati i risultati delle statistiche descrittive effettuate sul campione completo di studenti.

Descrittive

	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q2_Capacità_ed_esperienze	1.56	1.38	0.613	1.00	3.13
Q2_Emozioni	1.65	1.43	0.577	1.00	3.43
Q2_Considerazioni_personali	1.69	1.56	0.595	1.00	3.11

Descrittive

	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q2_Strategie_risolutive	1.68	1.64	0.463	1.00	3.17
Q2_Formulazione_del_problema	1.58	1.50	0.494	1.00	3.00

Tabella 16. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria relative al Quesito 2.

Anche in questo caso tutte le macrocategorie presentano medie molto basse, interpretabili affermando che la difficoltà percepita riguardo a questo quesito non è stata influenzata in modo importante da nessuna delle dimensioni indagate. Complessivamente, risulta ancora più applicabile la considerazione già esposta rispetto al Quesito 1: gli studenti hanno percepito mediamente il Quesito 2 come facile, quindi non è motivo di stupore il fatto che le macrocategorie non abbiano influenzato la difficoltà percepita, non essendoci stata la percezione di una difficoltà.

Il calcolo dei riferimenti è stato fatto secondo i criteri stabiliti, portando all'individuazione di un totale di 67 riferimenti, ripartiti nelle macrocategorie come riportato nella Tabella 17.

Macrocategoria	**Numero di riferimenti**
Capacità ed esperienze	19
Emozioni	11
Considerazioni personali	15
Strategie risolutive	8
Formulazione del quesito	14

Tabella 17. Numero di riferimenti validi per ogni macrocategoria per il Quesito 2.

Dalla suddivisione dei riferimenti emerge che le macrocategorie che più hanno influenzato la difficoltà percepita rispetto al Quesito 2 sono Capacità ed esperienze, Considerazioni personali e Formulazione del quesito. Nel complesso, i riferimenti validi, così come sono conteggiati, aggiungono una sfumatura al nostro quadro. Infatti, sebbene nel complesso gli studenti non abbiano percepito una particolare difficoltà legata al

Quesito 2, i riferimenti validi e la loro suddivisione ci dicono che *alcuni* studenti hanno percepito una difficoltà e quali fattori l'hanno determinata.

5.2.4 Discussione

Nel presente paragrafo vengono discussi i risultati dell'analisi del pre-test, con l'obiettivo di operare il confronto con i risultati degli studi qualitativi precedenti e trarre delle conclusioni sulla possibile equivalenza dei due strumenti. Inoltre, vengono discussi anche i punti critici del questionario somministrato e le eventuali modifiche da considerare o implementare nelle fasi successive della ricerca.

5.2.4.1 Confronto con i risultati dello studio qualitativo precedente

I dati ottenuti tramite il questionario sulla difficoltà percepita sono stati confrontati con quelli ottenuti nell'ultimo studio qualitativo (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a), durante il quale erano stati proposti gli stessi quesiti. Dallo studio qualitativo era emerso che gli studenti avevano percepito entrambi i quesiti come medio-facili (per il Quesito 1, media della difficoltà percepita: 5.01, SD: 2.35; per il Quesito 2, media della difficoltà percepita: 4.27, SD: 2.72). Confrontando tali valori con quelli ottenuti nel presente studio si può osservare che, in entrambi i casi, il Quesito 1 è stato percepito più difficile del Quesito 2, in contrasto rispetto ai livelli di competenza attribuiti da INVALSI. I dati sono inoltre caratterizzati da forte variabilità. Mentre la tendenza riguardo a quale quesito venga percepito come più difficile viene mantenuta nel campione coinvolto nello studio quantitativo, questi ultimi studenti hanno comunque percepito entrambi i quesiti come più facili, rispetto alla percezione espressa dai partecipanti allo studio qualitativo. Questo potrebbe dipendere da particolarità specifiche del campione, dal fatto che gli studenti coinvolti nello studio quantitativo frequentano licei scientifici, ma anche dal grado scolastico frequentato (grado 11 e non 10 come i partecipanti allo studio qualitativo). Questa differenza di età e di esperienza, seppur lieve, potrebbe aver influito sulla difficoltà percepita espressa.

Successivamente sono stati confrontati il numero dei riferimenti individuati e la loro distribuzione all'interno delle macrocategorie. Riguardo al Quesito 1, nello studio qualitativo sono stati individuati 45 riferimenti negativi, ovvero che esplicitavano i motivi per cui il quesito era stato percepito come difficile. Non abbiamo considerato i riferimenti positivi per concentrarci solo sugli elementi di difficoltà, in accordo con la polarità della scala. Dall'analisi quantitativa del pre-test erano invece emersi 63 riferimenti. Non è sorprendente che dal questionario a risposta chiusa emergano più elementi; infatti, essendo questo composto da item da valutare obbligatoriamente, obbliga gli studenti ad analizzare e soppesare anche elementi che, in un contesto più libero, non sarebbero venuti loro in mente o avrebbero scelto di non menzionare. La Tabella 18 mostra la ripartizione dei riferimenti all'interno delle macrocategorie per il Quesito 1. Due macrocategorie (Capacità ed esperienze e Considerazioni personali) mostrano proporzioni simili, mentre una terza (Strategie risolutive) mostra proporzioni discretamente differenti ma comunque comparabili. Questo suggerisce che gli elementi afferenti alle macrocategorie in oggetto emergano in modo abbastanza coerente nei due diversi strumenti. Sulle macrocategorie Emozioni e Formulazione del quesito, invece, si hanno differenze importanti nelle percentuali, che fanno emergere possibili differenze strutturali dei due strumenti. Il questionario quantitativo porta gli studenti a dichiarare l'influenza degli aspetti emotivi, che non erano invece emersi nello studio qualitativo. Viceversa, nelle risposte aperte molti studenti commentano la formulazione del quesito, cosa che invece non emerge con la stessa enfasi dal quantitativo.

	Qualitativo		**Quantitativo**	
Macrocat.	**Riferimenti**	**Percentuale**	**Riferimenti**	**Percentuale**
Capacità ed esperienze	13	28.9%	18	28.6%
Emozioni	0	0%	15	23.8%

Considerazioni personali	13	28.9%	16	25.4%
Strategie risolutive	10	22.2%	9	14.3%
Formulazione del quesito	9	20%	5	7.9%

Tabella 18. Confronto del numero di riferimenti suddivisi per macrocategorie relativi al Quesito 1 emersi dallo studio qualitativo (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a) e il presente studio quantitativo (pre-test).

Riguardo al Quesito 2 sono stati individuati 23 riferimenti negativi nello studio qualitativo e 67 nel pre-test. Questa differenza può essere imputabile sia al fatto che in generale il quesito è stato percepito come facile, quindi, pochi studenti hanno sentito il bisogno di spiegare la loro difficoltà, sia al fatto che l'eventuale difficoltà percepita sia stata influenzata da elementi che gli studenti hanno faticato a riconoscere e descrivere autonomamente, senza item di riferimento da valutare. Nella Tabella 19 è riportata la suddivisione dei riferimenti per macrocategoria nei due studi. Anche in questo caso si evidenzia una struttura simile a quella del caso precedente, ma le differenze sono più nette. I riferimenti a Capacità ed esperienze e Considerazioni personali compaiono con frequenze simili, suggerendo una stabilità dei contenuti che emergono indipendentemente dalla struttura dello strumento. Anche la macrocategoria Strategie risolutive, come nel caso precedente, mostra percentuali differenti ma che suggeriscono un'affinità. Tuttavia, vi sono degli scostamenti significativi nella macrocategoria Emozioni, analogamente al Quesito 1, e nella macrocategoria Formulazione del quesito, questa volta in modo opposto rispetto a quanto accadeva nel Quesito 1. In questo caso, infatti, emergono molti riferimenti alla formulazione del quesito, che invece era stata poco considerata nello studio qualitativo. Questo aspetto in particolare suggerisce che vi sono elementi specifici della formulazione del quesito che gli studenti non considerano (o pensano di non poter considerare) quando

valutano la difficoltà percepita di un quesito, che tuttavia emergono se elicitati.

	Qualitativo		Quantitativo	
Macrocat.	**Riferimenti**	**Percentuale**	**Riferimenti**	**Percentuale**
Capacità ed esperienze	9	39.1%	19	28.4%
Emozioni	0	0%	11	16.4%
Considerazioni personali	7	30.4%	15	22.4%
Strategie risolutive	6	26.1%	8	11.9%
Formulazione del quesito	1	4.3%	14	20.9%

Tabella 19. Confronto del numero di riferimenti suddivisi per macrocategorie relativi al Quesito 2 emersi dallo studio qualitativo (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a) e il presente studio quantitativo (pre-test).

I due strumenti mostrano una parziale sovrapposizione nelle principali aree di contenuto delle macrocategorie, pur rilevando informazioni in alcuni casi differenti. Nello specifico, il questionario elaborato tende a far emergere macrocategorie che nel qualitativo non erano emerse spontaneamente, come le emozioni, mentre le domande aperte avevano incoraggiato riflessioni sulla formulazione del quesito. Questo suggerisce che gli elementi non emersi durante lo studio qualitativo, non fossero emersi non perché assenti bensì perché considerati non esprimibili dagli studenti. In altre parole, di fronte alle domande aperte, gli studenti si sono sentiti legittimati ad attribuire le loro difficoltà ad aspetti oggettivi e familiari nella loro pratica matematica, ad esempio, ma non ad aspetti più soggettivi come le emozioni, forse perché considerate poco attinenti alla matematica e sconvenienti da mostrare, seppur presenti, come evidenziano i risultati del pre-test.

5.2.4.2 Osservazioni e modifiche da considerare

Al termine delle analisi sono state considerate delle modifiche da apportare al questionario. Si è deciso di non apportare modifiche sostanziali agli item della sezione generale sul rapporto con la matematica, in quanto le osservazioni riportate dagli studenti non risultavano condivise in toto ed emerse solo in specifici contesti. Si è quindi optato per rivalutare le questioni in oggetto al termine della somministrazione estesa, in modo da poterlo fare alla luce di un numero più ampio di risposte. È stata inoltre svolta un'attenta riflessione riguardo agli item della scala Matematica come dominio maschile, scala già oggetto di alcune critiche in passato in quanto si ritiene che alcuni item possano non essere più validi e necessitino di una revisione (Forgasz et al., 1999). Nonostante le osservazioni, si è ritenuto che gli item fotografassero una situazione relativa a stereotipi maschili e femminili in matematica in modo sufficientemente preciso per i nostri scopi; pertanto, si è scelto di lasciarli invariati e di rivalutarli dopo la somministrazione estesa.

Valutazioni simili sono state fatte anche riguardo al questionario specifico sulla difficoltà percepita. Si è deciso di adottare lo stesso approccio di selezione degli item in base al quesito anche nella somministrazione estesa, riservandoci di valutare metodi differenti sulla base dei risultati. Anche l'item escluso dall'analisi a causa dell'ambiguità interpretativa ("Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema") è stato inserito nella versione del questionario utilizzata nella somministrazione estesa, per valutarne la riformulazione o l'eventuale esclusione sulla base di un maggior numero di casi. In particolare, si è ritenuto di dover ricontrollare il comportamento dell'item per essere certi che l'ambiguità non dipendesse dal particolare campione selezionato per il pre-test.

Capitolo VI

Fase quantitativa – Somministrazione estesa

A partire da dicembre 2024 è iniziata la somministrazione estesa del questionario revisionato dopo il pre-test, che si è conclusa a metà marzo. La versione del questionario somministrata è riportata nell'Appendice B. L'analisi dei dati raccolti è stata svolta con l'obiettivo di completare la validazione cross-culturale del questionario tradotto sul rapporto con la matematica e, al contempo, di rispondere alle domande di ricerca. Nei paragrafi seguenti, si riporta il dettaglio delle analisi svolte e si discutono i principali risultati ottenuti, in relazione alle domande di ricerca.

6.1 Individuazione del campione e somministrazione

Il campione individuato era composto da 435 studenti del grado 11 (terzo anno della scuola secondaria di secondo grado) provenienti da 8 scuole del Lazio. Anche per la somministrazione estesa si è optato per uno schema di campionamento di convenienza a composizione omogenea (Onwuegbuzie & Collins, 2007). Infatti, per il tipo di somministrazione prevista, sarebbe stato ideale selezionare un campione rappresentativo degli studenti del Lazio tramite campionamento stratificato, ma risultava impossibile a causa della scarsità di tempo e risorse per implementare una selezione simile. Di conseguenza, si è fatto ricorso ad un campione comunque di ampiezza opportuna, ma selezionato in modo più semplice, mantenendo fisse soltanto alcune caratteristiche dei partecipanti (vale a dire la frequenza del grado 11 in una scuola del Lazio). Per la selezione del campione, sono stati contattati dirigenti e insegnanti di scuole della provincia di Latina e di Roma mediante canali istituzionali, oltre che dirigenti e insegnanti con i quali si era collaborato in passato.

Nella selezione del campione, rispetto a quanto fatto nel pre-test, sono stati mantenuti i criteri relativi al grado scolastico (grado 11), alla provenienza geografica (Lazio), mentre è stato rivisto il criterio della tipologia di istituto. Infatti, nel pre-test si era cercato di selezionare studenti

provenienti da tipologie di scuole simili a quelle coinvolte nell'ultimo studio qualitativo (Nicchiotti & Spagnolo, 2024a), mentre nella somministrazione estesa si è cercato di diversificare quanto più possibile il campione coinvolgendo istituti scolastici di tipo differente. Il campione coinvolto nella somministrazione risultava quindi composto da 435 studenti, provenienti da 28 classi di 8 diversi istituti scolastici. Durante l'analisi dei dati sono state considerate solo le risposte complete, portando il numero totale a 411. Nella Tabella 20 sono riportate il numero di classi coinvolte e il numero di studenti con risposte complete per ciascuna tipologia di scuola secondaria di secondo grado.

Tipologia scuola	**Numero di classi coinvolte**	**Numero di studenti**
Liceo scientifico	12	209
Liceo classico	1	14
Liceo linguistico	5	80
Liceo scientifico opzione scienze applicate	2	32
Istituto tecnico	3	31
Istituto professionale	4	45

Tabella 20. Schema riepilogativo della ripartizione degli studenti partecipanti tra le diverse tipologie di scuola secondaria di secondo grado.

Come si può notare, anche in questo caso vi è una forte predominanza di studenti del liceo scientifico nel campione; tuttavia, questo risulta comunque sufficientemente diversificato da consentirci di formulare osservazioni anche più specifiche relativamente a diverse tipologie di istituti scolastici. Si riportano di seguito, nella Tabella 21, i dati raccolti riguardo al genere dei rispondenti, da cui sono stati già esclusi coloro che hanno fornito risposte incomplete.

	Maschio	Femmina	Preferisco non rispondere
Numero	211	195	5

Tabella 21. Genere dei rispondenti che hanno fornito una risposta completa.

La somministrazione è stata svolta con il consenso di dirigenti, insegnanti e genitori e ha visto la partecipazione di tutti gli studenti autorizzati presenti in classe nella giornata designata. Gli studenti sono stati invitati a compilare il questionario sulla piattaforma SurveyMonkey accessibile tramite un link o QR Code mostrato in classe e condiviso agli studenti secondo necessità. La condivisione diretta agli studenti (invio sulla mail istituzionale o pubblicazione del link sul registro elettronico) è stata effettuata direttamente dagli insegnanti di classe il giorno della somministrazione. La compilazione è stata svolta utilizzando pc o tablet messi a disposizione dalla scuola o, in mancanza di essi, i dispositivi personali degli studenti e non sono stati raccolti dati relativi al tipo di dispositivo utilizzato per la compilazione. Per lo svolgimento del questionario è stato previsto un tempo massimo di un'ora. La somministrazione è stata svolta alla presenza dell'autrice, al fine di garantire il corretto svolgimento della procedura e fornire eventuali chiarimenti agli studenti.

6.2 Analisi del questionario sul rapporto con la matematica e ultimi step della validazione cross-culturale

Per completare la validazione cross-culturale della traduzione del questionario generale sul rapporto con la matematica, si è deciso di procedere con la valutazione dell'affidabilità e con una analisi fattoriale confermativa (CFA), entrambe svolte utilizzando il software Jamovi (v. 2.6.44).

6.2.1 Affidabilità

Essendo il questionario diviso in scale, l'affidabilità delle stesse è stata stimata verificando che gli item in esse inclusi fossero caratterizzati da una

buona coerenza interna. Per ciascuna scala è stato calcolato il valore dell'alpha (α) di Chronbach (Chronbach, 1951). Solitamente, in letteratura, vengono considerati accettabili valori di alpha maggiori o uguali a 0.70. Anche per l'analisi in oggetto ci siamo attenuti a suddetti riferimenti, tenendo comunque presente che questi non rappresentano una regola univocamente determinata e che è sempre necessaria un'interpretazione critica dei risultati ottenuti (Taber, 2018). È stata considerata anche la correlazione elemento-scala corretta per valutare il contributo di ogni item alla coerenza interna della macrocategoria di riferimento. Valori elevati di questo indice significano che l'item è coerente con il costrutto misurato, mentre valori bassi suggeriscono una scarsa integrazione dell'item nella dimensione teorica a cui è associato.

Le scale hanno mostrato tutte un livello di coerenza comparabile con quello riscontrato nella versione originale (Fennema-Sherman in versione ridotta), con valori di α compresi tra 0.57 e 0.87, in tutti i casi simili o migliori rispetto ai valori della versione originale. Solo la scala Genitori ha ottenuto un valore di α leggermente minore dell'originale, ma comunque accettabile in una fase preliminare come quella in oggetto. Due scale sono state revisionate in base alle evidenze emerse dall'analisi dell'affidabilità: la scala Matematica come settore maschile e la scala Ansia legata alla matematica. La prima era stata oggetto di critiche da parte degli studenti anche durante il pre-test e, in prima istanza, ha ottenuto un valore di α leggermente inferiore a quello auspicabile (0.68). Come mostrato nella Tabella 22, l'item MD3 ("I maschi non sono naturalmente migliori delle femmine in matematica") presenta una bassa correlazione con gli altri item della scala e la sua rimozione comporterebbe un aumento del valore di α. Inoltre, analizzando il pattern di risposta degli studenti, è emerso che le risposte fornite all'item in questione erano spesso totalmente opposte rispetto a quelle date nell'item immediatamente precedente MD2 ("Le ragazze possono andare bene quanto i ragazzi in matematica"), cosa che ci ha fatto ipotizzare che la presenza della negazione nell'item MD3 non fosse stata notata da tutti gli studenti. In considerazione di tutto ciò, si è scelto di

escludere l'item MD3 dall'analisi nell'ottica di riformularlo per una eventuale somministrazione successiva. Si sottolinea inoltre che anche l'item MD6 ("Mi aspetterei che una matematica donna sia mascolina"), già oggetto di incomprensione terminologica nel pre-test, presenta una bassa correlazione con gli altri item della scala, ma si è deciso di non escluderlo perché indaga un aspetto a nostro parere importante.

Statistiche sull'Affidabilità degli Elementi

		Se l'elemento viene scartato
	Correlazione dell'elemento con gli altri	**α di Cronbach**
MD1	0.465	0.624
MD2	0.576	0.606
MD3	0.228	0.756
MD4[a]	0.569	0.593
MD5[a]	0.525	0.624
MD6[a]	0.361	0.659

[a] elemento in scala inversa

Tabella 22. Statistiche sull'affidabilità degli item della scala Matematica come settore maschile.

Per la scala Ansia legata alla matematica era stato ottenuto inizialmente un valore di α pienamente accettabile (0.79); tuttavia, come mostrato nella Tabella 23, l'item A2 ("Di solito non mi preoccupo di essere in grado di risolvere i problemi di matematica") ha ottenuto una bassa correlazione con gli altri item e il valore di α migliorerebbe notevolmente con la sua esclusione. Si è ipotizzato che la formulazione dell'item l'abbia reso ambiguo per gli studenti: non mi preoccupo di essere in grado di risolvere i problemi perché sono certo di riuscire o perché non mi importa? Di conseguenza, l'item è stato escluso con l'idea di provare a riformularlo successivamente.

Statistiche sull'Affidabilità degli Elementi

		Se l'elemento viene scartato
	Correlazione dell'elemento con gli altri	**α di Cronbach**
A1	0.676	0.733
A2	0.210	0.832

Statistiche sull'Affidabilità degli Elementi

	Correlazione dell'elemento con gli altri	Se l'elemento viene scartato α di Cronbach
A3	0.489	0.776
A4	0.584	0.754
A5[a]	0.712	0.718
A6[a]	0.633	0.741

[a] elemento in scala inversa

Tabella 23. Statistiche sull'affidabilità degli item della scala Ansia legata alla matematica.

Nella Tabella 24 riportata di seguito si hanno i risultati finali delle analisi sull'affidabilità, dopo aver escluso gli item appena discussi.

Scala	**N. item**	**α di Chronbach (versione tradotta)**	**α di Chronbach (versione originale)**
Utilità della matematica	6	0.87	0.73
Atteggiamento rispetto al successo in matematica	6	0.57	0.52
Sicurezza nell'apprendimento della matematica	5	0.86	0.68
Motivazione all'efficacia in matematica	7	0.83	0.71
Matematica come settore maschile	5	0.76	0.58
Ansia legata alla matematica	5	0.83	0.72

Genitori	7	0.68	0.72 per Father; 0.71 per Mother
Insegnanti	6	0.71	0.72

Tabella 24. Indici di affidabilità interna (alfa di Cronbach) delle scale utilizzate nello studio, con numero di item per ciascuna dimensione e confronto con gli indici di affidabilità della versione originale del questionario.

6.2.2 Analisi fattoriale confermativa

È stata svolta un CFA per confermare la struttura della versione tradotta del questionario. Nell'analisi sono stati utilizzati diversi indici di adattamento del modello: il chi-quadrato (χ^2), il Comparative Fit Index (CFI), il Tucker-Lewis Index (TLI), il Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA), e lo Standardized Root Mean Square Residual (SRMR). In questa sede non approfondiremo la descrizione degli indici utilizzati, ci limiteremo a sottolineare che l'uso di diversi indici di adattamento fornisce un quadro più completo dell'adattamento del modello stesso (si veda Brown, 2006). Per valutare gli indici sono stati usati i criteri riportati da Brown (2006):

- il valore di χ^2 viene usato per valutare l'adattamento in termini assoluti. Un test significativo ($p<0.05$) indica un cattivo adattamento del modello; tuttavia, questo test è molto sensibile alla dimensione del campione, portando spesso a risultati significativi su campioni grandi. Di conseguenza è necessario interpretarne il risultato con cautela.
- Gli indici CFI e TLI valutano quanto il modello proposto si adatta ai dati rispetto a un modello dove non vi è relazione tra le variabili. Valori compresi tra 0.90 e 0.95 sono considerati accettabili, mentre valori superiori a 0.95 indicano un buon adattamento.
- L'indice RMSEA valuta quanto bene il modello si adatta alla popolazione: più il valore dell'indice è basso, meglio il modello si adatta. Valori inferiori a 0.06 sono indicativi di un buon

adattamento, valori tra 0.06 e 0.08 di un adattamento accettabile e valori tra 0.08 e 0.10 di un adattamento mediocre. Viene inoltre riportato l'intervallo di confidenza al 90% per il RMSEA.

- Lo SRMR misura la differenza media tra le correlazioni osservate e quelle predette dal modello. Per questo indice, valori pari o inferiori a 0.08 indicano un buon adattamento.

Sono state inoltre analizzate le saturazioni standardizzate di ogni item per valutarne la correlazione con il rispettivo fattore latente (costrutto di scala).

L'adattamento del modello è risultato accettabile solo per alcuni indici: $\chi^2(1006)=2439$, $p < .001$, RMSEA=0.059, IC 90% [0.056, 0.062], SRMR=0.065, CFI=0.81, TLI=0.80. In particolare, i risultati per CFI e TLI sono al di sotto delle soglie accettabili, il che indica nel complesso che il modello teorico non rappresenta appieno i dati.

Le saturazioni standardizzate, riportate nella Tabella 25, mostrano che la maggior parte degli item presenta un buon livello di correlazione con il proprio fattore latente (saturazioni standard maggiori o uguali a 0.50). In particolare, per le scale Utilità della matematica e Sicurezza nell'apprendimento della matematica non si riscontrano problemi, ovvero il fattore sembra ben definito e gli item sono coerenti con la dimensione teorica. Nelle scale Ansia legata alla matematica e Insegnanti, vi sono solo tre item che presentano valori leggermente inferiori alla soglia desiderata, pertanto, in questa fase si è deciso di mantenerli così com'erano. Per le restanti scale invece è stato necessario fare una valutazione più approfondita riguardo agli item con saturazioni troppo basse.

Nella scala Atteggiamento rispetto al successo in matematica, gli item S3, S4, S5 e S6 mostrano saturazioni estremamente basse (carichi tra 0.02 e 0.14) indicando che non misurano bene il fattore, a differenza di S1 e S2 per cui i valori riportati sono ottimi. Ciò significa che gli item in oggetto dovrebbero essere rimossi o riformulati per migliorare la scala che, allo stato

attuale, risulta debole proprio a causa di suddetti item. Tutti e quattro gli item problematici, a differenza di S1 e S2, fanno riferimento non solo all'opinione del rispondente rispetto al successo in matematica, ma coinvolgono anche l'aspetto del giudizio sociale. L'aspetto sociale introduce una complessità all'atteggiamento rispetto al successo ed è possibile che l'opinione sociale odierna rispetto a questi temi sia sostanzialmente diversa da quella degli anni '70, periodo in cui il questionario è stato sviluppato.

La scala Motivazione all'efficacia in matematica mostra saturazioni fattoriali elevate per la maggior parte degli item (valori compresi tra 0.63 e 0.73), indicando un buon contributo al fattore. L'unico item leggermente più debole è EM6 che presenta un carico pari a 0.36; tuttavia, l'item rimane accettabile e non compromette irreparabilmente la coerenza della scala. L'item in questione ("Mi impegno il meno possibile in matematica") potrebbe essere ambiguo, poiché uno studente può impegnarsi il meno possibile in matematica perché non è interessato a riuscire ma anche perché riesce facilmente nella materia. Si è deciso di tenere l'item per l'analisi ma di rivalutarne la formulazione in eventuali somministrazioni successive.

La scala Matematica come settore maschile presenta una situazione simile: saturazioni fattoriali buone per tutti gli item (0.62 - 0.79) tranne uno (MD6 che ha una saturazione pari a 0.40). La scala risulta quindi sostanzialmente soddisfacente, ma anche in questo caso si considera di riformulare l'item in futuro. Inoltre, l'item in oggetto era già stato segnalato come da rivedere al termine delle valutazioni dell'affidabilità ("Mi aspetterei che una matematica donna sia mascolina").

La scala Genitori mostra saturazioni fattoriali variabili tra gli item. Gli item P1 e P6 presentano saturazioni molto basse (0.25 - 0.36), indicando che contribuiscono poco al fattore, mentre gli item P4 e P7 presentano carichi medio-bassi (0.46 - 0.47). Infine, i tre item rimasti (P2, P3, P5) misurano bene il costrutto (saturazioni comprese tra 0.52 e 0.67). La presenza di diversi item deboli suggerisce che la scala potrebbe essere migliorata. Gli item problematici potrebbero essere ambigui e quindi

beneficiare di una riformulazione, oppure troppo lontani dal contesto italiano o da quello attuale. In questa fase dello studio si è deciso di rimuoverli e rivalutarne successivamente la riformulazione.

In conclusione, la CFA ha evidenziato alcuni item con saturazioni fattoriali molto basse che non misurano correttamente i relativi costrutti. In particolare, è necessario rivedere la scala Atteggiamento rispetto al successo in matematica in quanto, nella versione proposta e nel contesto italiano, non può essere considerata sufficientemente stabile. Gli item problematici sono stati identificati e saranno oggetto di futura riformulazione o rimozione, con l'obiettivo di migliorare la chiarezza e la coerenza concettuale della scala. Per portare a termine il processo di validazione cross-culturale sarà necessaria una nuova somministrazione di tutti gli item, compresi quelli riformulati, al fine di ripetere la CFA. Per le analisi relative agli eventuali legami tra la difficoltà percepita e il rapporto con la matematica si farà riferimento solo agli aspetti del rapporto con la matematica rappresentati da scale che hanno ottenuto risultati accettabili nella CFA senza necessitare modifiche (ovvero Utilità della matematica e Sicurezza nell'apprendimento della matematica), interpretando i risultati con la dovuta cautela.

Saturazioni fattoriali

				95% Intervallo di Fiducia				
Fattore	**Indicatore**	**Stima**	**SE**	**Inf**	**Sup**	**Z**	**p**	**Stima Standard**
Utilità della matematica	**U1**	0.7769	0.04773	0.6842	0.870	16.419	<.001	0.7360
	U2	0.6252	0.0412	0.5446	0.706	15.188	<.001	0.6956
	U3	0.7981	0.0518	0.6965	0.900	15.397	<.001	0.7019
	R_U4	0.7253	0.0498	0.6278	0.823	14.579	<.001	0.6736
	R_U5	0.8156	0.0547	0.7083	0.923	14.904	<.001	0.6838
	R_U6	0.7691	0.0525	0.6663	0.872	14.663	<.001	0.6754

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicatore	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
Atteggiamento rispetto al successo in matematica	**S1**	0.8498	0.0575	0.7370	0.963	14.772	<.001	0.8884
	S2	0.7403	0.0573	0.6280	0.853	12.914	<.001	0.7354
	R_S3	0.0317	0.0672	-0.0999	0.163	0.473	0.637	0.0259
	R_S4	0.0655	0.0664	-0.0647	0.196	0.986	0.324	0.0537
	R_S5	0.0906	0.0562	-0.0195	0.201	1.612	0.107	0.0892
	R_S6	0.1222	0.0491	0.0259	0.218	2.488	0.013	0.1361
Sicurezza nell'apprendimento della matematica	**C1**	0.8206	0.0481	0.7264	0.915	17.065	<.001	0.7489
	C2	0.7836	0.0457	0.6940	0.873	17.145	<.001	0.7506
	R_C3	0.9172	0.0584	0.8027	1.032	15.697	<.001	0.7009
	R_C4	1.0345	0.0568	0.9232	1.146	18.228	<.001	0.7806
	R_C5	1.1185	0.0630	0.9951	1.242	17.767	<.001	0.7668
Motivazione all'efficacia in matematica	**EM1**	0.9751	0.0599	0.8577	1.092	16.281	<.001	0.7264
	EM2	0.7558	0.0564	0.6452	0.866	13.398	<.001	0.6255
	EM3	0.8067	0.0557	0.6974	0.916	14.472	<.001	0.6678
	R_EM4	0.9488	0.0578	0.8354	1.062	16.409	<.001	0.7283
	R_EM5	0.8781	0.0571	0.7662	0.990	15.382	<.001	0.6951
	R_EM6	0.3926	0.0554	0.2841	0.501	7.091	<.001	0.3591
	EM7	0.9036	0.0615	0.7830	1.024	14.685	<.001	0.6715

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicatore	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
Matematica come settore maschile	**MD1**	0.6941	0.0573	0.5818	0.806	12.115	<.001	0.6195
	MD2	0.5295	0.0413	0.4485	0.611	12.810	<.001	0.6504
	R_MD4	0.7853	0.0468	0.6936	0.877	16.781	<.001	0.7935
	R_MD5	0.5345	0.0369	0.4621	0.607	14.471	<.001	0.7019
	R_MD6	0.3779	0.0500	0.2798	0.476	7.551	<.001	0.3988
Ansia legata alla matematica	**A1**	1.0006	0.0489	0.9048	1.096	20.478	<.001	0.8389
	A3	0.5597	0.0589	0.4441	0.675	9.494	<.001	0.4637
	A4	0.8711	0.0526	0.7680	0.974	16.573	<.001	0.7266
	R_A5	1.1506	0.0582	1.0366	1.265	19.773	<.001	0.8226
	R_A6	0.8277	0.0621	0.7059	0.949	13.319	<.001	0.6171
Genitori	**P1**	0.2639	0.0570	0.1521	0.376	4.627	<.001	0.2544
	P2	0.6044	0.0606	0.4856	0.723	9.973	<.001	0.5231
	P3	0.7127	0.0529	0.6091	0.816	13.475	<.001	0.6677
	R_P4	0.6052	0.0677	0.4725	0.738	8.941	<.001	0.4622
	R_P5	0.6352	0.0519	0.5334	0.737	12.234	<.001	0.6093
	R_P6	0.4210	0.0624	0.2986	0.543	6.742	<.001	0.3605
	R_P7	0.6222	0.0687	0.4875	0.757	9.052	<.001	0.4695
Insegnanti	**T1**	0.5052	0.0611	0.3853	0.625	8.262	<.001	0.4420
	T2	0.5873	0.0679	0.4542	0.720	8.650	<.001	0.4620
	T3	0.6315	0.0668	0.5006	0.762	9.457	<.001	0.5034

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicatore	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
	R_T4	0.6530	0.0524	0.5503	0.756	12.459	<.001	0.6232
	R_T5	0.6599	0.0582	0.5458	0.774	11.335	<.001	0.5944
	R_T6	0.6318	0.0563	0.5215	0.742	11.227	<.001	0.5892

Tabella 25. Saturazioni fattoriali degli otto fattori nel modello analizzato.

6.3 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 1

L'analisi dei dati relativi al Quesito 1 è stata svolta su Jamovi (v. 2.6.44), importando direttamente i dati dalla piattaforma SurveyMonkey. Di seguito si riportano le principali analisi svolte: statistiche descrittive, affidabilità, analisi fattoriale confermativa e calcolo delle medie di scala.

6.3.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance

È stata analizzata la difficoltà percepita del quesito (DP_Q1) secondo le valutazioni attribuite dagli studenti. Come mostrato nella Tabella 26, mediamente, il quesito è risultato di difficoltà moderata-alta (media pari a 5.52); tuttavia, il fatto che le valutazioni siano distribuite lungo tutta la scala e soprattutto la deviazione standard piuttosto elevata (SD=2.66) indicano una discreta variabilità nella percezione degli studenti. La leggera discrepanza tra media e mediana (mediana=5), inoltre, suggerisce una lieve asimmetria positiva, con tendenza verso percezioni di difficoltà più elevate, confermata anche dal grafico a barre della distribuzione dei valori della difficoltà percepita (Figura 20).

Descrittive

	DP_Q1
N	411
Mancanti	0

Descrittive

	DP_Q1
Media	5.52
Mediana	5
Deviazione standard	2.66
Scarto Interquartile (IQR)	5.00
Minimo	1
Massimo	10
25esimo percentile	3.00
50esimo percentile	5.00
75esimo percentile	8.00

Tabella 26. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 1.

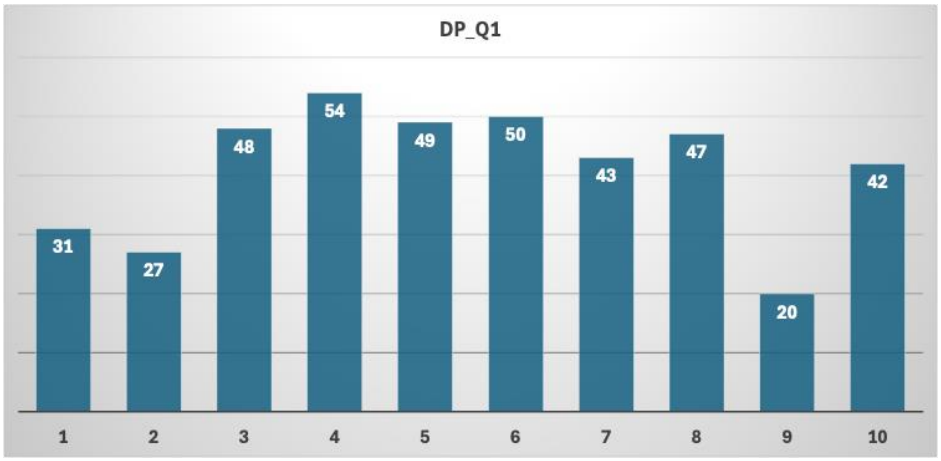


Figura 20. Distribuzione della frequenza della difficoltà percepita per il Quesito 1 (scala 1-10).

Analizzando le risposte fornite dagli studenti, si evidenzia che il Quesito 1 è stato risolto correttamente dal 45,26% degli studenti (186 studenti su un totale di 411), risultando quindi un quesito non strettamente difficile secondo la definizione di riferimento (percentuale di risposte corrette inferiore al 40%) nella somministrazione al campione in esame. Dai dati riportati nella Tabella 27 si evidenzia che gli studenti che hanno risposto correttamente al quesito tendono a percepirlo come meno difficile in media (media=4.64), mentre coloro che non hanno risposto correttamente lo percepiscono come notevolmente più difficile (media=6.24). In entrambi i casi le deviazioni standard risultano abbastanza elevate.

Descrittive

	Corretto_1	N	Media	Mediana	SD	Minimo	Massimo
DP_Q1	**1**	186	4.64	4.00	2.73	1	10
	0	225	6.24	6.00	2.36	1	10

Tabella 27. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 1 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

È stato eseguito un t-test a campioni indipendenti, i cui risultati sono riportati nella Tabella 28, da cui è emerso che vi è una differenza significativa nella difficoltà percepita media degli studenti che hanno risposto correttamente e di quelli che hanno commesso errori (t di Welch = -6.28; p-value < 0.001). Si è scelto di utilizzare il t-test di Welch poiché non era verificata l'assunzione di varianze uguali (test di Levene significativo, p < 0.05). Anche il test di normalità ha dato esito negativo, tuttavia la violazione delle assunzioni di normalità ha un impatto trascurabile nel caso di campioni sufficientemente grandi, grazie al teorema del limite centrale. La dimensione dell'effetto medio-ampia (d di Cohen = -0.627) ci permette di affermare che la differenza non è solo significativa, ma anche robusta.

Test t a campioni indipendenti

		Statistiche	gdl	p		Dimensione dell'Effetto
DP_Q1	**t di Welch**	-6.28	368	<.001	d di Cohen	-0.627

Nota. H_a $\mu_1 \neq \mu_0$

Tabella 28. Risultati del t-test a campioni indipendenti per il Quesito 1 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

Il forte legame tra difficoltà percepita e correttezza della risposta emerge anche dall'analisi della correlazione. Per valutare la correlazione tra una variabile quantitativa e una dicotomica (come quella legata alla correttezza della risposta) si utilizza il coefficiente punto-biseriale, che in questo caso specifico ha la stessa formula del coefficiente di correlazione di Pearson, i cui risultati sono riportati nella Tabella 29.

Il valore negativo del coefficiente di correlazione (r=-0.302) suggerisce che in generale, più uno studente percepisce il quesito come

difficile, meno è probabile che fornisca la risposta corretta; il valore del coefficiente è indice di una forza moderata della correlazione. Il valore di p associato alla correlazione di Pearson ($p < 0.001$) indica che la correlazione tra difficoltà percepita e correttezza delle risposte è statisticamente significativa. Ciò significa che per il Quesito 1 vi è una forte evidenza che la difficoltà percepita abbia un impatto reale sulla probabilità di rispondere correttamente e ciò non sia dovuto al caso.

Matrice di Correlazione

		DP_Q1	Corretto_1
DP_Q1	**r di Pearson**	—	
	Gdl	—	
	valore p	—	
Corretto_1	**r di Pearson**	-0.300***	—
	Gdl	409	—
	valore p	<.001	—

Nota. * p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabella 29. Matrice di correlazione tra la difficoltà percepita riguardo al Quesito 1 e la correttezza della risposta fornita.

Come mostrato nella Figura 21, la pendenza della linea di regressione conferma che in generale vi è accordo tra la valutazione della difficoltà percepita e la correttezza della risposta fornita. Tuttavia, la presenza di punti sparsi suggerisce che, sebbene la tendenza sia forte, vi sono anche casi di studenti che hanno percepito il quesito come facile ma non sono poi riusciti a risolverlo, e viceversa.

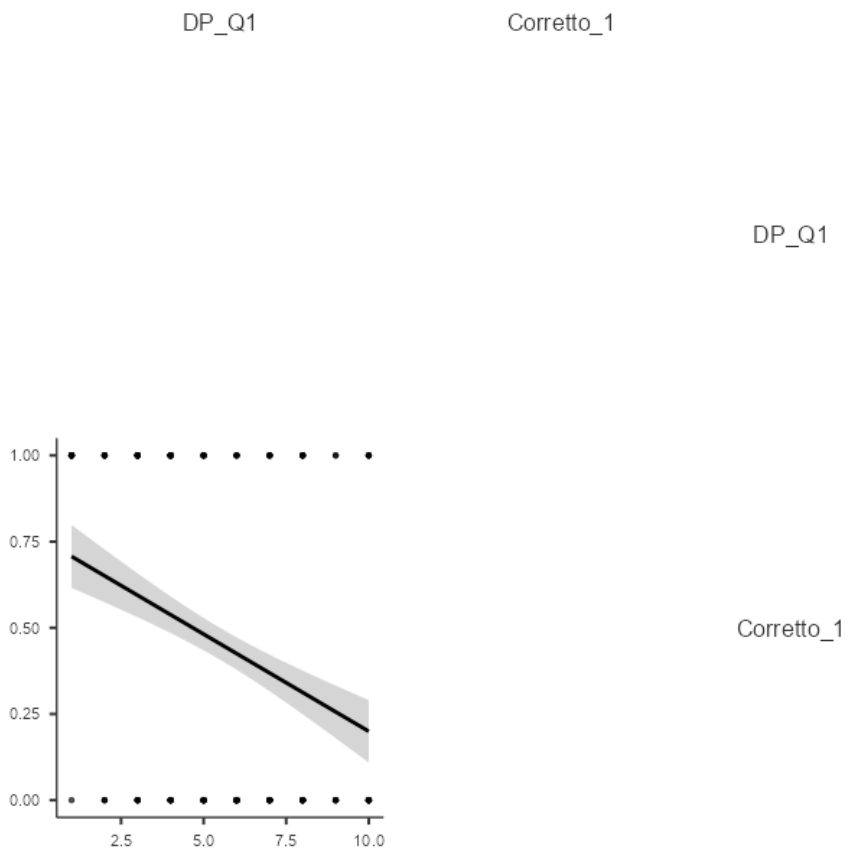


Figura 21. Relazione tra la difficoltà percepita e la probabilità di dare una risposta corretta per il Quesito 1.

6.3.2 Affidabilità

Analogamente a quanto fatto durante l'analisi del pre-test (si vedano i paragrafi 5.2.2.1 e 5.2.3.1), sono stati esclusi dall'analisi gli item non applicabili al quesito secondo il parere del gruppo di ricerca. Gli item in questione, che presentavano l'opzione di risposta "non applicabile", sono stati esclusi proprio a causa della loro difficile applicabilità allo specifico quesito, testimoniata anche dal fatto che in molti casi gli studenti avevano selezionato proprio questa opzione, rendendo eventuali analisi successive poco attendibili. Inoltre, per le considerazioni esposte nei paragrafi precedenti, è stato escluso anche l'item "Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema" in quanto, anche nella somministrazione estesa, si è riscontrato che è stato interpretato dagli studenti in modo opposto rispetto al senso attribuito originariamente e va pertanto riformulato. Tutti gli item

esclusi dall'analisi dopo queste valutazioni preliminari sono riportati nella Tabella 30.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item esclusi**
Capacità ed esperienze	Esperienza	(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema
Strategie risolutive	Argomentazione	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta
	Procedimento	(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta
Formulazione del problema	Testo	(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso

Tabella 30. Item inizialmente esclusi dall'analisi del Quesito 1 della somministrazione estesa.

Non sono state escluse risposte in quanto non si poteva avere la certezza della non attendibilità. Infine, gli item a codifica inversa sono stati ricodificati utilizzando la funzione specifica di Jamovi.

Per ciascuna macrocategoria, è stata valutata l'affidabilità degli item ad essa associati, verificando la coerenza interna tramite il valore dell'alpha (α) di Chronbach (Chronbach, 1951). Per tutte le scale sono stati ottenuti buoni valori di α ad eccezione di una (Formulazione del quesito) per cui il valore di α era leggermente inferiore a quello desiderato (α=0.69). In particolare, entrambi gli item F6 e F7 relativi alla tipologia di domanda,

sono stati esclusi in quanto mostrano una bassa correlazione con il resto della scala Formulazione del quesito ed, eliminandoli, il valore di α migliora, facendo ipotizzare che questi si riferiscano a una dimensione diversa rispetto agli altri. Tutti i valori sono riportati nella Tabella 31.

Si sottolinea la necessità di interpretare con cautela i risultati ottenuti rispetto all'affidabilità, in quanto derivanti da una versione preliminare dello strumento, all'interno della quale permangono item non ottimali e macrocategorie la cui unidimensionalità non è ancora stata adeguatamente accertata.

Macrocategoria	**N. item**	**α di Chronbach**
Capacità ed esperienze	8	0.87
Emozioni	7	0.80
Considerazioni personali	9	0.91
Strategie risolutive	7	0.82
Formulazione del quesito	4	0.81

Tabella 31. Indici di affidabilità interna (alfa di Cronbach) delle scale utilizzate nello studio, con numero di item per ciascuna dimensione.

6.3.3 Analisi fattoriale confermativa

Per confermare la struttura del questionario sulla difficoltà percepita, è stata svolta una CFA sugli item rimanenti al termine delle analisi di affidabilità. Ovviamente la CFA svolta, riferendosi in particolare alla versione del questionario analizzata in riferimento al Quesito 1, permette di valutare la struttura di questo particolare questionario e non di quello generale comprendente tutti gli item, inclusi quelli non applicabili al Quesito 1. Nell'interpretazione dei risultati deve quindi essere considerata anche questa specificità.

Nella CFA sono stati analizzati i seguenti indici di adattamento del modello: chi-quadrato (χ^2), Comparative Fit Index (CFI), Tucker-Lewis Index (TLI), Root Mean Square Error of Approximation (RMSEA), e

Standardized Root Mean Square Residual (SRMR). I criteri di valutazione degli indici sono quelli riportati da Brown (2006) e precedentemente utilizzati nella CFA per il questionario sul rapporto con la matematica (si veda il paragrafo 6.2.2). Sono state inoltre analizzate le saturazioni standardizzate di ogni item per valutarne la correlazione con il rispettivo fattore latente (costrutto di scala).

L'adattamento del modello è risultato accettabile solo per alcuni indici: $\chi^2(550)=1775$, $p < .001$, RMSEA=0.074, IC 90% [0.070, 0.078], SRMR=0.053, CFI=0.86, TLI=0.85. In particolare, il valore del χ^2 risulta eccessivamente elevato, ma essendo il test molto sensibile all'ampiezza del campione, un risultato del genere non pregiudica la possibilità di avere un buon adattamento del modello. Invece, i risultati per CFI e TLI sono leggermente al di sotto delle soglie di accettabilità, il che indica nel complesso il modello non rappresenta pienamente i dati e potrebbe essere migliorato.

Analizzando le saturazioni standardizzate, riportate nella Tabella 32, si evidenzia che tutte le saturazioni fattoriali risultano statisticamente significative. La maggior parte degli item presenta saturazioni forti o molto forti, ma al contempo si evidenziano alcuni item con un basso livello di correlazione con il fattore latente di riferimento, che discuteremo di seguito. In questa fase sono stati considerati gli item con saturazioni standard critiche, ovvero inferiori a 0.4. Due item molto deboli sono risultati Q1_CE1 ("Ho già svolto problemi simili in passato") e Q1_E6 ("Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori"), che presentano saturazioni standardizzate pari rispettivamente a 0.272 e 0.287, risultando quindi molto deboli e inadatti a misurare il costrutto. È stato necessario rimuovere entrambi gli item, in attesa di poter analizzare con attenzione la questione prima di future nuove somministrazioni. Nello specifico, è necessario considerare se gli item indaghino una dimensione che non è opportuno inserire nel costrutto, soprattutto rispetto all'item Q1_CE1, oppure se la loro formulazione sia

poco efficace e debba essere rivista prima di essere inclusi nuovamente nel questionario. Altri due item critici sono Q1_E3 ("Mi sono fatto prendere dall'ansia anche se non era una verifica") e Q1_SR4 ("Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema") che, con saturazioni standardizzate pari rispettivamente a 0.359 e 0.356 risultano deboli ma più vicini alla soglia di 0.4. Questi item non sono stati esclusi dando priorità all'esclusione di quelli più critici, con l'idea di rivalutarli eventualmente in seguito. Infine, l'item più debole in relazione al Quesito 1 è risultato Q1_SR5 ("Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema") con una saturazione standardizzata pari a 0.165, il che indica che non misura in modo adeguato il costrutto di riferimento, pertanto si è deciso di eliminarlo. I tre item che si è scelto di eliminare sono quelli che più degli altri contribuivano al problema di adattamento del modello evidenziato precedentemente. Gli item restanti al termine della CFA in relazione al Quesito 1 sono riportati in Appendice E e sono i soli utilizzati per calcolare le medie di scala e fare le considerazioni relative. Nel complesso, suddetti item sono quelli che appaiono adatti a misurare i diversi aspetti del costrutto della difficoltà percepita nel particolare contesto del Quesito 1.

Saturazioni fattoriali

				95% Intervallo di Fiducia				
Fattore	**Indicat**	**Stima**	**SE**	**Inf**	**Sup**	**Z**	**p**	**Stima Standard**
Q1_Capacità ed esperienze	**R_Q1_CE1**	0.257	0.0470	0.1651	0.349	5.47	<.001	0.272
	R_Q1_CE3	0.752	0.0419	0.6694	0.834	17.95	<.001	0.762
	R_Q1_CE4	0.670	0.0434	0.5848	0.755	15.43	<.001	0.683
	Q1_CE5	0.820	0.0460	0.7296	0.910	17.84	<.001	0.758
	Q1_CE6	0.783	0.0416	0.7013	0.864	18.81	<.001	0.786
	Q1_CE7	0.754	0.0473	0.6609	0.846	15.93	<.001	0.698
	Q1_CE8	0.757	0.0439	0.6714	0.843	17.27	<.001	0.741

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicat	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
	Q1_CE9	0.717	0.0426	0.6332	0.800	16.84	<.001	0.729
Q1_Emozioni	**R_Q1_E1**	0.564	0.0417	0.4822	0.646	13.53	<.001	0.623
	R_Q1_E2	0.755	0.0420	0.6729	0.837	17.99	<.001	0.768
	Q1_E3	0.369	0.0510	0.2692	0.469	7.24	<.001	0.359
	Q1_E4	0.566	0.0463	0.4753	0.657	12.22	<.001	0.574
	Q1_E5	0.777	0.0411	0.6960	0.857	18.90	<.001	0.797
	Q1_E6	0.299	0.0525	0.1956	0.402	5.68	<.001	0.287
	Q1_E7	0.821	0.0458	0.7316	0.911	17.95	<.001	0.768
Q1_Consider personali	**Q1_CP1**	0.551	0.0438	0.4653	0.637	12.57	<.001	0.583
	Q1_CP2	0.791	0.0407	0.7116	0.871	19.44	<.001	0.806
	Q1_CP3	0.644	0.0440	0.5581	0.731	14.63	<.001	0.658
	Q1_CP4	0.650	0.0439	0.5639	0.736	14.80	<.001	0.663
	R_Q1_CP5	0.528	0.0376	0.4538	0.601	14.03	<.001	0.635
	R_Q1_CP6	0.671	0.0449	0.5826	0.759	14.93	<.001	0.667
	Q1_CP7	0.740	0.0425	0.6564	0.823	17.41	<.001	0.747
	Q1_CP8	0.836	0.0397	0.7588	0.914	21.09	<.001	0.849
	Q1_CP9	0.795	0.0410	0.7142	0.875	19.36	<.001	0.803
Q1_Strategie risolutive	**R_Q1_SR4**	0.266	0.0378	0.1915	0.340	7.03	<.001	0.356
	R_Q1_SR5	0.140	0.0447	0.0526	0.228	3.14	0.002	0.165
	Q1_SR6	0.846	0.0421	0.7636	0.929	20.11	<.001	0.827
	Q1_SR7	0.668	0.0398	0.5904	0.746	16.81	<.001	0.749
	R_Q1_SR9	0.632	0.0414	0.5512	0.713	15.27	<.001	0.693

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicat	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
	Q1_SR10	0.895	0.0467	0.8035	0.986	19.17	<.001	0.803
	Q1_SR12	0.622	0.0414	0.5410	0.703	15.04	<.001	0.677
Q1_Formulaz del quesito	**Q1_F1**	0.669	0.0437	0.5835	0.755	15.32	<.001	0.697
	R_Q1_F2	0.451	0.0419	0.3691	0.533	10.76	<.001	0.538
	Q1_F3	0.774	0.0432	0.6896	0.859	17.92	<.001	0.782
	Q1_F5	0.846	0.0430	0.7612	0.930	19.65	<.001	0.831

Tabella 32. Saturazioni fattoriali delle cinque macrocategorie nel modello analizzato per il Quesito 1.

6.3.4 Medie di scala

Seguendo la stessa impostazione metodologica adottata durante il pre-test (si veda il paragrafo 5.2.2.2), sono state calcolate le medie di scala relative a ciascuna macrocategoria per ognuno degli studenti. Come già detto, le medie sono state calcolate solo sugli item inclusi nell'analisi al termine di tutte le rifiniture (riportati nell'Appendice E) e utilizzando solo i punteggi attribuiti agli item. Vale a dire che gli item per i quali lo studente ha selezionato l'opzione di risposta "non applicabile", automaticamente non vengono inclusi nella media. Se a nessuno degli item sui quali viene calcolata la media per una specifica macrocategoria è stata attribuita una risposta, la media non viene calcolata in quanto non è possibile attribuire un punteggio alla specifica scala. Nella Tabella 33 si riportano i risultati delle statistiche descrittive per le medie di scala relative al Quesito 1 effettuate sul campione completo di studenti.

Si può osservare che le medie di tutte le macrocategorie per il Quesito 1 sono caratterizzate da una discreta variabilità, come suggerito dal valore della deviazione standard. La media delle medie di scala permette di fare qualche osservazione generale sull'influenza delle diverse macrocategorie

sulla difficoltà percepita degli studenti. Per il quesito in questione, le macrocategorie Capacità ed esperienze, Emozioni e Considerazioni personali, sembrano avere un'influenza maggiore sulla difficoltà percepita rispetto alle macrocategorie Strategie risolutive e Formulazione del problema.

Descrittive

	N	Manc	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q1_Capacità ed esperienze	411	0	2.39	2.43	0.796	1.00	4.00
Q1_Emozioni	411	0	2.39	2.33	0.713	1.00	4.00
Q1_Considerazioni personali	411	0	2.45	2.56	0.729	1.00	4.00
Q1_Strategie risolutive	409	2	2.15	2.17	0.727	1.00	4.00
Q1_Formulazione del quesito	406	5	2.03	2.00	0.768	1.00	4.00

Tabella 33. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria relative al Quesito 1.

Come evidenziato anche dalla Figura 22, la distribuzione delle medie per le prime tre macrocategorie è concentrata soprattutto sui valori centrali. In particolare, per Considerazioni personali risulta addirittura leggermente spostata verso valori più elevati, vicini a 3. Invece, nelle ultime due macrocategorie menzionate, le medie sono maggiormente concentrate nei valori più bassi della scala, il che indica che la maggior parte degli studenti non ha ritenuto questi fattori importanti nella determinazione della difficoltà percepita per questo quesito.

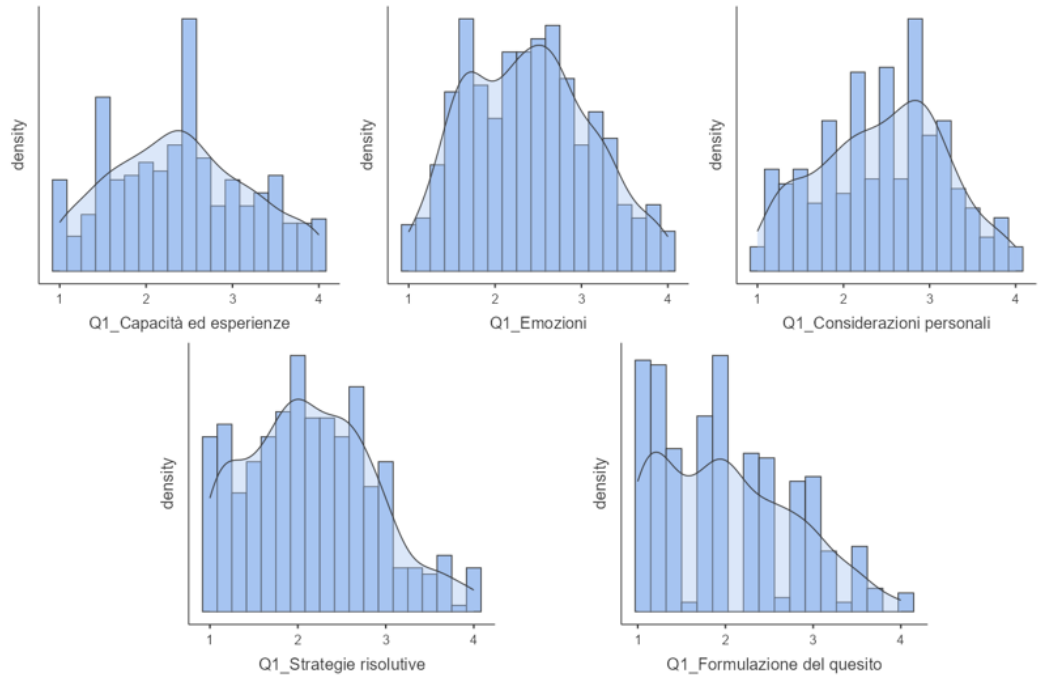


Figura 22. Istogrammi e densità delle medie di scala per ciascuna macrocategoria per il Quesito 1.

6.4 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 2

L'analisi dei dati relativi al Quesito 2 è stata svolta su Jamovi (v. 2.6.44), importando direttamente i dati dalla piattaforma SurveyMonkey. Di seguito si riportano le principali analisi svolte: statistiche descrittive, affidabilità, analisi fattoriale confermativa e calcolo delle medie di scala.

6.4.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance

Analogamente a quanto fatto per il Quesito 1, anche per il Quesito 2 è stata analizzata la difficoltà percepita attribuita dagli studenti (DP_Q2). Dai risultati riportati nella Tabella 34 si evince che in media il quesito è risultato di difficoltà moderata (media pari a 4.95). La deviazione standard elevata (SD=2.49) e l'utilizzo di tutta la scala di valori, suggeriscono una diversificazione importante delle percezioni degli studenti, confermata dalla Figura 23. In questo caso, si evidenzia una netta riluttanza da parte degli studenti a utilizzare i valori più elevati della scala (8, 9, 10), mostrando che solo pochi studenti hanno ritenuto il quesito difficile o molto difficile.

Descrittive

	DP_Q2
N	411
Mancanti	0
Media	4.95
Mediana	5.00
Deviazione standard	2.49
Scarto Interquartile (IQR)	4.00
Minimo	1
Massimo	10
25esimo percentile	3.00
50esimo percentile	5.00
75esimo percentile	7.00

Tabella 34. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 2.

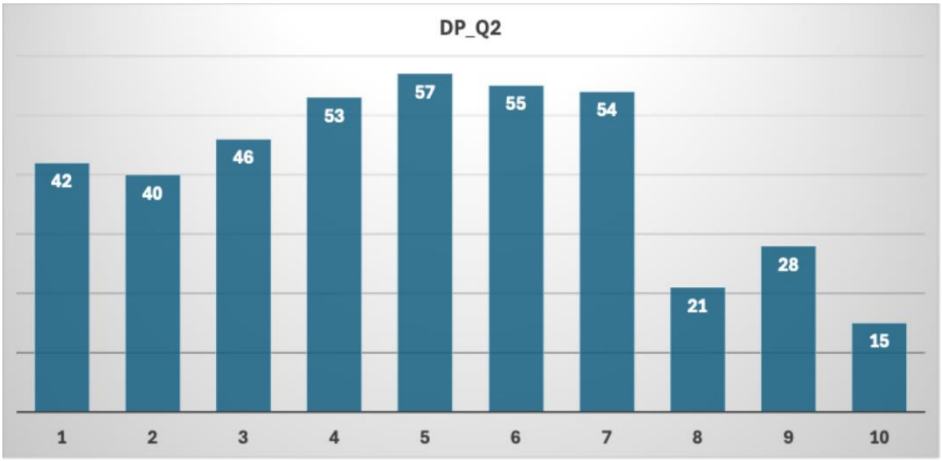


Figura 23. Distribuzione della frequenza della difficoltà percepita per il Quesito 2 (scala 1-10).

Nella presente somministrazione, il Quesito 2 è stato risolto correttamente solo dal 26,28% degli studenti (108 su un totale di 411), risultando quindi un quesito molto difficile, con una percentuale di risposte corrette ben al di sotto del 40%. Anche per questo quesito, si veda la Tabella 35, emerge che gli studenti che hanno fornito una risposta corretta l'hanno percepito mediamente meno difficile (media=3.97) degli studenti che hanno fornito una risposta errata (media=5.30). Tuttavia, per entrambi i gruppi, le

valutazioni attribuite sono comunque sparse su tutta la scala dei valori possibili, ad indicare la mancanza di accordo nelle percezioni degli studenti.

	Corretto_2	N	Media	Mediana	SD	Minimo	Massimo
DP_Q2	**1**	108	3.97	4.00	2.25	1	10
	0	303	5.30	5.00	2.49	1	10

Tabella 35. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 2 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

Nella Tabella 36 sono riportati i risultati del t-test a campioni indipendenti eseguito per confrontare la media della difficoltà percepita all'interno dei due gruppi (studenti che rispondono correttamente e studenti che forniscono la risposta errata). Sulla base delle stesse considerazioni su normalità e omogeneità delle varianze, che hanno guidato le scelte metodologiche anche per l'analisi del Quesito 1, è stato svolto un t-test di Welch, che ha evidenziato una differenza significativa tra i punteggi medi della difficoltà percepita per i due gruppi di studenti (t di Welch = -5.12; $p < 0.001$). La dimensione dell'effetto è media (d di Cohen = -0.560), il che rende la differenza rilevante anche in termini pratici.

Test t a campioni indipendenti

		Statistiche	gdl	p		Dimensione dell'Effetto
DP_Q2	**t di Welch**	-5.12	206	<.001	d di Cohen	-0.560

Nota. H_a $\mu_1 \neq \mu_0$

Tabella 36. Risultati del t-test a campioni indipendenti per il Quesito 2 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

È stata infine analizzata la correlazione tra difficoltà percepita e correttezza della risposta per il Quesito 2, evidenziando una correlazione statisticamente significativa ($r=-0.302$; $p < 0.001$), come riportato nella Tabella 37. In generale, anche per il Quesito 2, più uno studente lo percepisce difficile, meno è probabile che risponda correttamente. Dalla pendenza della linea nella Figura 24 si evidenzia chiaramente che in questo caso la correlazione è più debole, rispetto al Quesito 1, ma soprattutto che il

Quesito 2 è difficile e che anche quando gli studenti lo percepiscono come facile, è comunque poco probabile che rispondano correttamente.

Matrice di Correlazione

		DP_Q2	Corretto_2
DP_Q2	**r di Pearson**	—	
	Gdl	—	
	valore p	—	
Corretto_2	**r di Pearson**	-0.235***	—
	Gdl	409	—
	valore p	<.001	—

Nota. * p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabella 37. Matrice di correlazione tra la difficoltà percepita riguardo al Quesito 2 e la correttezza della risposta fornita.

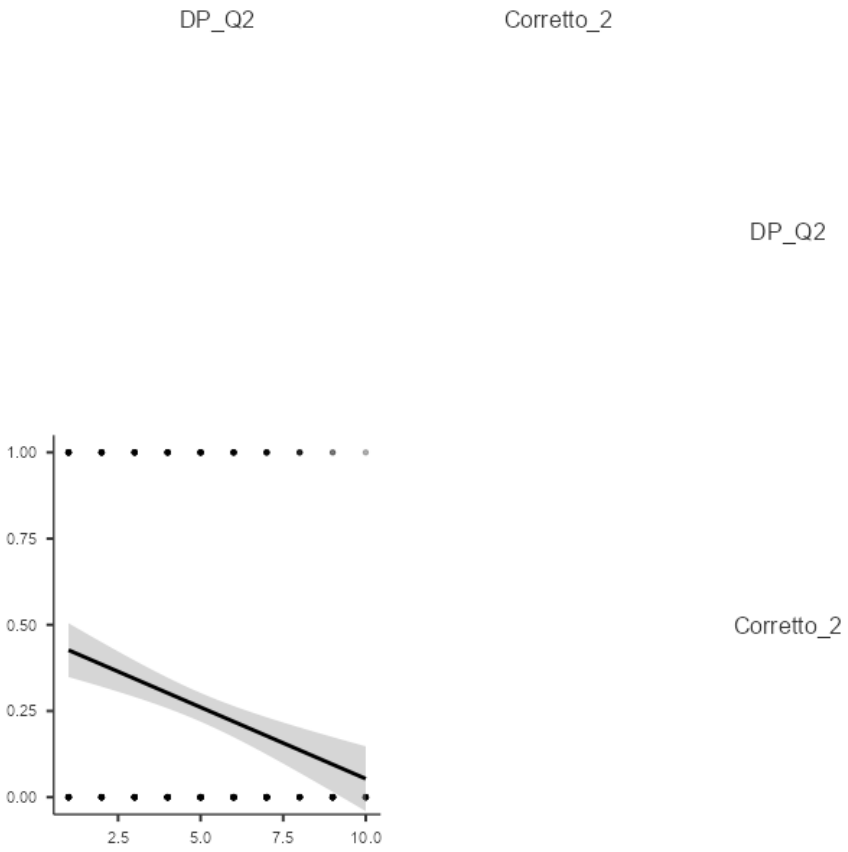


Figura 24. Relazione tra la difficoltà percepita e la probabilità di dare una risposta corretta per il Quesito 2.

6.4.2 Affidabilità

Anche nell'analisi del Quesito 2 sono stati in primo luogo esclusi dall'analisi gli item relativi alla difficoltà percepita che risultavano non applicabili secondo il parere del gruppo di ricerca. Tutti gli item esclusi dall'analisi dopo queste valutazioni preliminari sono riportati nella Tabella 38.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item esclusi**
Capacità ed esperienze	Esperienza	(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema
Strategie risolutive	Argomentazione	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta
	Procedimento	(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta
Formulazione del problema	Testo	(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso

Tabella 38. Item inizialmente esclusi dall'analisi del Quesito 2 della somministrazione estesa.

Non potendo avere certezza della non attendibilità, non sono state escluse risposte. Infine, gli item a codifica inversa sono stati ricodificati utilizzando la funzione specifica di Jamovi.

Per ciascuna macrocategoria, è stata valutata l'alpha (α) di Chronbach (Chronbach, 1951). Per tutte le scale sono stati ottenuti buoni valori di α ad

eccezione di una, la stessa che era risultata problematica anche per il Quesito 1 (Formulazione del quesito), con un valore di α basso questa volta (α=0.58). Analizzando i risultati, si è deciso di escludere entrambi gli item F6 e F7 relativi alla tipologia di domanda, in quanto mostrano una correlazione addirittura negativa in questo caso con il resto della scala Formulazione del quesito. Tutti i valori sono riportati nella Tabella 39.

Anche per i risultati relativi a questo quesito valgono le considerazioni già esposte riguardo alla necessità di prestare cautela nell'interpretazione (si veda il paragrafo 6.3.2).

Macrocategoria	**N. item**	**α di Chronbach**
Capacità ed esperienze	8	0.85
Emozioni	7	0.80
Considerazioni personali	9	0.91
Strategie risolutive	7	0.82
Formulazione del quesito	4	0.77

Tabella 39. Indici di affidabilità interna (alfa di Cronbach) delle scale utilizzate nello studio, con numero di item per ciascuna dimensione.

6.4.3 Analisi fattoriale confermativa

Analogamente a quanto fatto per il Quesito 1 (si veda il paragrafo 6.3.3), per confermare la struttura del questionario sulla difficoltà percepita nella specifica versione associata al Quesito 2, è stata svolta una CFA sugli item rimanenti al termine delle analisi di affidabilità. Nella CFA sono stati usati i medesimi indici di adattamento usati per il Quesito 1 (χ^2, CFI, TLI, RMSEA, SRMR) e i medesimi criteri di valutazione. Sono state inoltre analizzate anche le saturazioni standardizzate di ogni item per valutarne la correlazione con il rispettivo fattore latente (costrutto di scala).

L'adattamento del modello è risultato simile a quello del Quesito 1, ovvero accettabile solo per alcuni indici: $\chi^2(550)=1791$, $p < .001$, RMSEA=0.074, IC 90% [0.070, 0.078], SRMR=0.056, CFI=0.85,

TLI=0.83. Nello specifico, anche in questo caso, i risultati per CFI e TLI sono al di sotto delle soglie di accettabilità, mostrando un'aderenza non completa dei dati al modello implementato.

Le saturazioni standardizzate, riportate in Tabella 40, risultano tutte statisticamente significative. Anche in questo caso, la maggior parte degli item ha saturazioni buone o ottime, ma i restanti item hanno saturazioni deboli che indicano una bassa correlazione con il fattore latente di riferimento. Vi sono solo due item con saturazioni standardizzate inferiori a 0.4: Q2_CE1 ("Ho già svolto problemi simili in passato") e Q2_SR5 ("Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema"), con saturazioni standardizzate pari rispettivamente a 0.348 e 0.255. Si è scelto di eliminare entrambi gli item dall'analisi in questa fase, poiché i dati suggeriscono che questi non misurino bene il costrutto al quale sono stati associati. Si noti che i due item menzionati non avevano ottenuto buoni risultati neanche relativamente al Quesito 1, il che rafforza l'idea che possano essere non funzionali allo scopo in generale.

Saturazioni fattoriali

				95% Intervallo di Fiducia				
Fattore	**Indicat**	**Stima**	**SE**	**Inf**	**Sup**	**Z**	**p**	**Stima Standard**
Q2_Capacità ed esperienze	**R_Q2_CE1**	0.312	0.0443	0.225	0.399	7.04	<.001	0.348
	R_Q2_CE3	0.573	0.0397	0.495	0.651	14.43	<.001	0.652
	R_Q2_CE4	0.528	0.0430	0.444	0.612	12.27	<.001	0.572
	Q2_CE5	0.572	0.0396	0.495	0.650	14.44	<.001	0.651
	Q2_CE6	0.752	0.0421	0.669	0.834	17.85	<.001	0.762
	Q2_CE7	0.700	0.0423	0.617	0.783	16.55	<.001	0.721
	Q2_CE8	0.680	0.0449	0.592	0.768	15.14	<.001	0.676
	Q2_CE9	0.656	0.0404	0.576	0.735	16.23	<.001	0.713
Q2_Emozioni	**R_Q2_E1**	0.440	0.0463	0.349	0.531	9.50	<.001	0.466

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicat	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
	R_Q2_E2	0.632	0.0424	0.549	0.715	14.91	<.001	0.675
	Q2_E3	0.479	0.0464	0.388	0.570	10.32	<.001	0.498
	Q2_E4	0.485	0.0507	0.385	0.584	9.56	<.001	0.467
	Q2_E5	0.720	0.0383	0.644	0.795	18.77	<.001	0.796
	Q2_E6	0.462	0.0497	0.365	0.560	9.30	<.001	0.455
	Q2_E7	0.829	0.0428	0.745	0.913	19.39	<.001	0.814
Q2_Consider personali	**Q2_CP1**	0.670	0.0453	0.581	0.759	14.80	<.001	0.662
	Q2_CP2	0.795	0.0395	0.717	0.872	20.10	<.001	0.822
	Q2_CP3	0.670	0.0438	0.584	0.756	15.30	<.001	0.679
	Q2_CP4	0.649	0.0446	0.562	0.736	14.56	<.001	0.653
	R_Q2_CP5	0.430	0.0434	0.344	0.515	9.89	<.001	0.473
	R_Q2_CP6	0.650	0.0433	0.565	0.734	15.02	<.001	0.669
	Q2_CP7	0.874	0.0425	0.790	0.957	20.56	<.001	0.834
	Q2_CP8	0.828	0.0392	0.751	0.904	21.14	<.001	0.849
	Q2_CP9	0.806	0.0419	0.724	0.888	19.26	<.001	0.799
Q2_Strategie risolutive	**R_Q2_SR4**	0.309	0.0377	0.235	0.383	8.20	<.001	0.403
	R_Q2_SR5	0.219	0.0447	0.132	0.307	4.90	<.001	0.255
	Q2_SR6	0.808	0.0412	0.728	0.889	19.60	<.001	0.816
	Q2_SR7	0.620	0.0392	0.543	0.697	15.82	<.001	0.708
	R_Q2_SR9	0.566	0.0396	0.489	0.644	14.30	<.001	0.657
	Q2_SR10	0.726	0.0437	0.640	0.811	16.61	<.001	0.731
	Q2_SR12	0.594	0.0405	0.514	0.673	14.67	<.001	0.661

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicat	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
Q2_Formulaz del quesito	**Q2_F1**	0.704	0.04 20	0.62 2	0.787	16.76	<.001	0.750
	R_Q2_F 2	0.463	0.03 64	0.391	0.53 4	12.71	<.001	0.616
	Q2_F3	0.674	0.03 98	0.59 6	0.751	16.93	<.001	0.754
	Q2_F5	0.618	0.04 49	0.53 0	0.70 6	13.76	<.001	0.651

Tabella 40. Saturazioni fattoriali delle cinque macrocategorie nel modello analizzato per il Quesito 2.

Gli item restanti al termine della CFA in relazione al Quesito 2 sono riportati in Appendice E e sono i soli utilizzati per calcolare le medie di scala e fare le considerazioni relative. Nel complesso, suddetti item sono quelli che appaiono adatti a misurare i diversi aspetti del costrutto della difficoltà percepita nel particolare contesto del Quesito 2.

6.4.4 Medie di scala

Anche per il Quesito 2 sono state calcolate le medie di scala relative a ciascuna macrocategoria per ognuno degli studenti. Come già detto, le medie sono state calcolate solo sugli item inclusi nell'analisi al termine di tutte le rifiniture (riportati nell'Appendice E) e utilizzando solo i punteggi attribuiti agli item. Gli item per i quali lo studente ha selezionato l'opzione di risposta "non applicabile", automaticamente non vengono inclusi nella media e se a nessuno degli item sui quali viene calcolata la media per una specifica macrocategoria è stata attribuita una risposta, la media non viene calcolata in quanto non è possibile attribuire un punteggio alla specifica scala. Nella Tabella 41 sono riportate le statistiche descrittive per le medie di scala relative al Quesito 2 riguardanti il campione completo di studenti. Si noti che il numero di studenti per i quali non è stato possibile calcolare le medie di scala per alcune delle macrocategorie è leggermente aumentato rispetto al Quesito 1.

Il valore elevato della deviazione standard per le medie di tutte le macrocategorie, indica una variabilità evidente. La media delle medie di scala presenta delle differenze tra le diverse macrocategorie: anche per il Quesito 2, le prime tre macrocategorie (Capacità ed esperienze, Emozioni e Considerazioni personali), sembrano avere un'influenza maggiore sulla difficoltà percepita degli studenti. Per il Quesito 2, le medie riportate risultano più basse di quelle del Quesito 1 per tutte le macrocategorie, il che suggerisce che la difficoltà percepita del secondo quesito sia minore di quella del primo. Inoltre, per il Quesito 2, la media delle medie di scala della macrocategoria Formulazione del quesito risulta inferiore a 2, il che indica che la maggior parte degli studenti non ha considerato questa macrocategoria come motivazione della propria difficoltà percepita.

Descrittive

	N	Manc	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q2_Capacità ed esperienze	411	0	2.11	2.14	0.690	1.00	4.00
Q2_Emozioni	411	0	2.21	2.17	0.680	1.00	4.00
Q2_Considerazioni personali	411	0	2.27	2.33	0.744	1.00	4.00
Q2_Strategie risolutive	408	3	2.00	2.00	0.671	1.00	4.00
Q2_Formulazione del quesito	406	5	1.87	1.88	0.707	1.00	4.00

Tabella 41. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria relative al Quesito 2.

La Figura 25 mostra la distribuzione delle medie per le macrocategorie in relazione al Quesito 2. Le macrocategorie Capacità ed esperienze e Formulazione del quesito mostrano medie di scala meno elevate e con distribuzioni asimmetriche, maggiormente concentrate sui valori più bassi della scala. Le restanti tre macrocategorie, invece, presentano medie più elevate e maggiormente distribuite, seppur concentrate su valori medi e medio-alti. Tuttavia, nel complesso, la macrocategoria Capacità ed esperienze risulta avere un punteggio medio delle medie di scala più elevato

di Strategie risolutive principalmente a causa del picco che si evidenzia tra i valori 2 e 3.

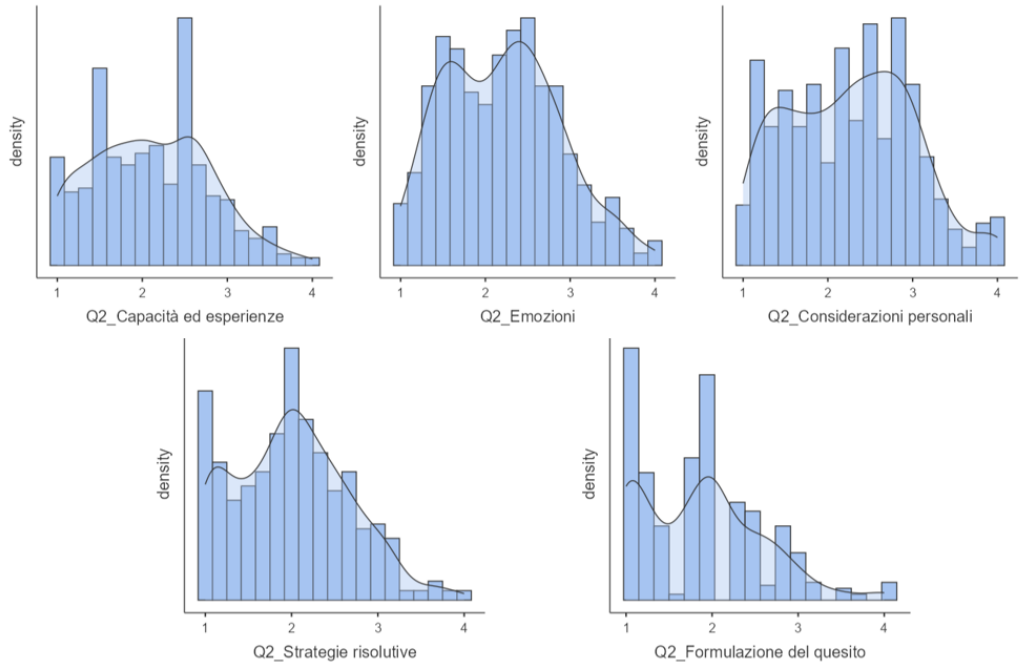


Figura 25. Istogrammi e densità delle medie di scala per ciascuna macrocategoria per il Quesito 2.

6.5 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 3

L'analisi dei dati relativi al Quesito 3 è stata svolta su Jamovi (v. 2.6.44), importando direttamente i dati dalla piattaforma SurveyMonkey. Di seguito si riportano le principali analisi svolte: statistiche descrittive, affidabilità, analisi fattoriale confermativa e calcolo delle medie di scala.

6.5.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance

Anche per il Quesito 3 è stata analizzata la difficoltà percepita dagli studenti (DP_Q3) dopo averlo risolto. Le statistiche descrittive riportate nella Tabella 42 evidenziano che mediamente il quesito è stato percepito come medio-facile (media pari a 4.65), seppur sia presente una discreta variabilità nelle percezioni degli studenti, come testimoniato dalla deviazione standard elevata (SD=2.84) e dall'intervallo dei valori selezionati, che corrisponde all'intera scala di valori possibili. La

distribuzione delle frequenze (Figura 26) conferma la diversificazione e soprattutto mostra una lieve asimmetria negativa, con tendenza verso percezioni di difficoltà basse. Nello specifico, la maggior parte degli studenti ha valutato il quesito come molto facile, attribuendo un valore di difficoltà percepita pari a 1 su 10.

Descrittive

	DP_Q3
N	411
Mancanti	0
Media	4.65
Mediana	4.00
Deviazione standard	2.84
Scarto Interquartile (IQR)	5.00
Minimo	1
Massimo	10
25esimo percentile	2.00
50esimo percentile	4.00
75esimo percentile	7.00

Tabella 42. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 3.

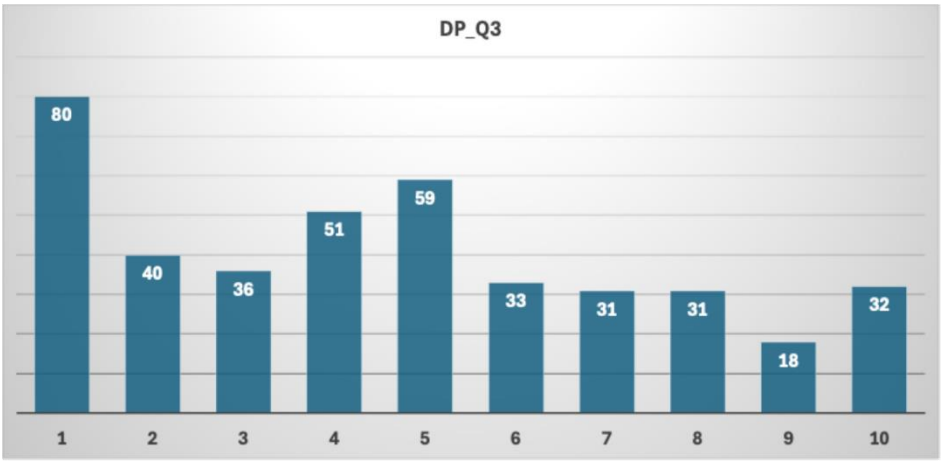


Figura 26. Distribuzione della frequenza della difficoltà percepita per il Quesito 3 (scala 1-10).

Il Quesito 3 è stato risolto correttamente dal 40,39% degli studenti (166 su un totale di 411), posizionandosi sul limite per essere definito un quesito difficile. Confrontando la percezione di difficoltà degli studenti che

l'hanno risolto correttamente con quella degli studenti che hanno commesso errori, riportate in Tabella 43, si nota che i primi mediamente hanno percepito il quesito come facile (media=3.61) mentre per i secondi la difficoltà percepita si attesta in media su un valore moderato (media=5.36). Naturalmente, in entrambi i casi, le valutazioni presentano una variabilità non trascurabile; tuttavia, la tendenza generale è quella descritta.

Descrittive

	Corretto_3	N	Media	Mediana	SD	Minimo	Massimo
DP_Q3	**0**	245	5.36	5.00	2.88	1	10
	1	166	3.61	3.00	2.43	1	10

Tabella 43. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 3 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

È stato eseguito un t-test a campioni indipendenti, i cui risultati sono riportati nella Tabella 44, da cui è emerso che vi è una differenza significativa nella difficoltà percepita media degli studenti che hanno risposto correttamente e di quelli che hanno commesso errori (t di Welch = 6.64; $p < 0.001$). Si noti che in questo caso, per impostazioni interne al software di analisi dati, l'ordine dei gruppi nel confronto è invertito, pur essendo sempre codificati con la stessa notazione (0 per gli studenti che non forniscono risposta corretta, 1 per gli studenti che forniscono risposta corretta). Di conseguenza, sebbene il segno dei coefficienti in tabella sia diverso da quello dei quesiti precedenti, l'effetto identificato è il medesimo. Inoltre, la dimensione dell'effetto è risultata ampia (d di Cohen = 0.656), ed è la più forte tra quelle dei quesiti fino ad ora analizzati.

Test t a campioni indipendenti

		Statistiche	gdl	p		Dimensione dell'Effetto
DP_Q3	**t di Welch**	6.64	390	<.001	d di Cohen	0.656

Nota. H_a $\mu_0 \neq \mu_1$

Tabella 44. Risultati del t-test a campioni indipendenti per il Quesito 3 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

È stata analizzata la correlazione tra difficoltà percepita e correttezza della risposta anche per il Quesito 3, riportando i risultati nella Tabella 45. Il segno e il valore del coefficiente di correlazione (r = -0.302) suggeriscono rispettivamente che, in generale, più uno studente percepisce il quesito come difficile, meno è probabile che fornisca la risposta corretta e che la correlazione risulta moderata. La correlazione individuata risulta inoltre statisticamente significativa (p < 0.001). Similmente a quanto emerso per il Quesito 1, il grafico in Figura 27 mostra che vi è accordo tra la valutazione della difficoltà percepita e la correttezza della risposta fornita, poiché la linea di regressione mostra una marcata tendenza negativa.

Matrice di Correlazione

		DP_Q3	Corretto_3
DP_Q3	**r di Pearson**	—	
	Gdl	—	
	valore p	—	
Corretto_3	**r di Pearson**	-0.303***	—
	Gdl	409	—
	valore p	<.001	—

Nota. * p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabella 45. Matrice di correlazione tra la difficoltà percepita riguardo al Quesito 3 e la correttezza della risposta fornita.

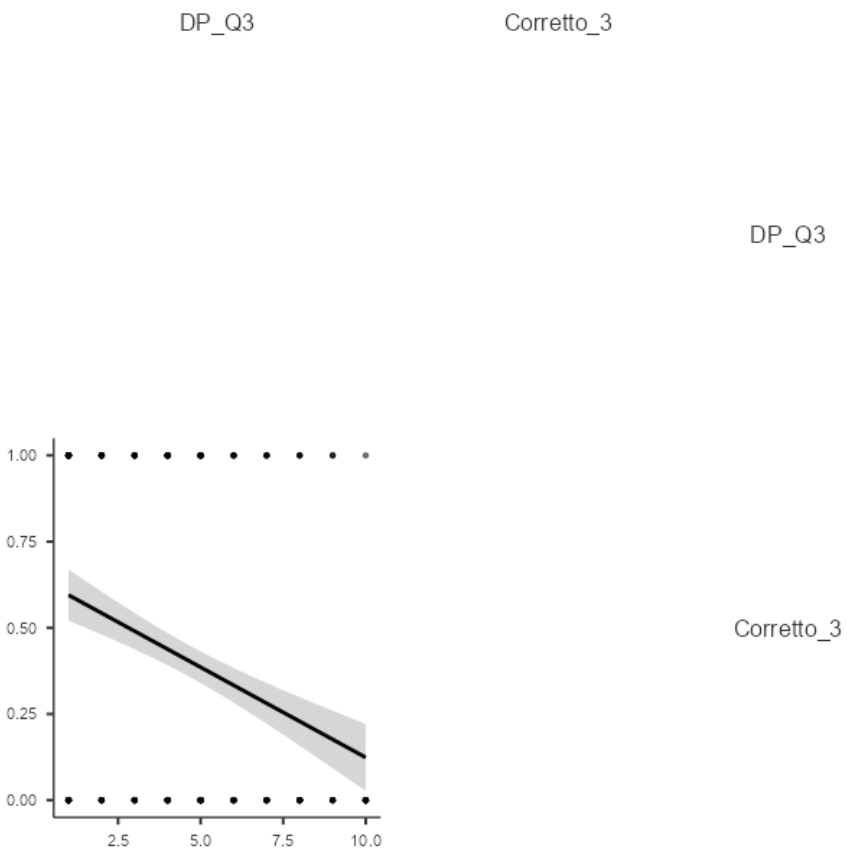


Figura 27. Relazione tra la difficoltà percepita e la probabilità di dare una risposta corretta per il Quesito 3.

6.5.2 Affidabilità

Come per l'analisi degli altri quesiti, sono stati innanzitutto esclusi gli item relativi alla difficoltà percepita non applicabili secondo il gruppo di ricerca. Questo processo ha portato all'esclusione degli item riportati nella Tabella 46

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item esclusi**
Capacità ed esperienze	Esperienza	(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema
Strategie risolutive	Argomentazione	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento

	Conoscenze	(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta
Formulazione del problema	Testo	(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso

Tabella 46. Item inizialmente esclusi dall'analisi del Quesito 3 della somministrazione estesa.

Non potendo avere certezza della non attendibilità, non sono state escluse risposte. Infine, gli item a codifica inversa sono stati ricodificati utilizzando la funzione specifica di Jamovi.

È stata valutata l'alpha (α) di Chronbach (Chronbach, 1951) per ciascuna macrocategoria. Per tutte le scale sono stati ottenuti buoni valori di α ad eccezione di una, la stessa che era risultata problematica anche per i Quesiti 1 e 2 (Formulazione del quesito), con un valore di α basso anche questa volta (α=0.55). Anche per il Quesito 3, gli item F6 e F7 risultavano correlati negativamente con il resto della scala; pertanto, si è deciso di escluderli. Tutti i valori sono riportati nella Tabella 47.

Anche per i risultati relativi a questo quesito valgono le considerazioni già esposte riguardo alla necessità di prestare cautela nell'interpretazione (si veda il paragrafo 6.3.2).

Macrocategoria	N. item	α di Chronbach
Capacità ed esperienze	8	0.87
Emozioni	7	0.81
Considerazioni personali	9	0.91
Strategie risolutive	9	0.91
Formulazione del quesito	4	0.81

Tabella 47. Indici di affidabilità interna (alfa di Cronbach) delle scale utilizzate nello studio, con numero di item per ciascuna dimensione.

6.5.3 Analisi fattoriale confermativa

Anche per il Quesito 3 è stata svolta una CFA con lo scopo di confermare la struttura del questionario sulla difficoltà percepita nella versione specifica associata al quesito, considerando i soli item rimasti dopo le analisi di affidabilità. Nella CFA sono stati considerati i seguenti indici di adattamento: χ^2, CFI, TLI, RMSEA, SRMR. Gli indici sono i medesimi considerati nelle CFA relative al Quesito 1 e al Quesito 2, così come sono gli stessi i criteri di valutazione adottati. Inoltre, sono state valutate anche le saturazioni standardizzate degli item per analizzarne la correlazione con il rispettivo fattore latente.

Analogamente a quanto fatto per il Quesito 1 (si veda il paragrafo 6.3.3), per confermare la struttura del questionario sulla difficoltà percepita nella specifica versione associata al Quesito 3, è stata svolta una CFA sugli item rimanenti al termine delle analisi di affidabilità. Nella CFA sono stati usati i medesimi indici di adattamento usati per il Quesito 1 (χ^2, CFI, TLI, RMSEA, SRMR) e i medesimi criteri di valutazione. Sono state inoltre analizzate anche le saturazioni standardizzate di ogni item per valutarne la correlazione con il rispettivo fattore latente (costrutto di scala).

Similmente a quanto già osservato per il Quesito 1 e il Quesito 2, anche per il Quesito 3 l'adattamento del modello è risultato accettabile solo per alcuni indici: $\chi^2(619)=2202$, $p < .001$, RMSEA=0.079, IC 90% [0.075,

0.083], SRMR=0.057, CFI=0.84, TLI=0.83. Le considerazioni relative a χ^2 e all'ampiezza del campione sono le stesse già discusse per gli altri quesiti. Il valore dell'indice RMSEA è accettabile, quello dell'indice SRMR buono, mentre CFI e TLI sono anche in questo caso bassi.

Le saturazioni standardizzate, riportate in Tabella 48, risultano tutte statisticamente significative e buone o ottime. Tuttavia, in questa situazione, è opportuno indagare le cause della scarsa aderenza del modello, che sembra dovuta a una struttura fattoriale non perfetta. In altre parole, abbiamo approfondito le eventuali cause dell'adattamento del modello non ottimale, in quanto questo non sembra dovuto a item che non misurano il fattore latente al quale sono associati. Per fare ciò sono stati analizzati gli indici di modifica delle covarianze residue, isolando due coppie di item che presentano i due valori massimi. Avere coppie di covarianze residue con indici di modifica elevati indica che vi è una correlazione non prevista tra errori che sta inficiando il buon funzionamento del modello. Abbiamo analizzato le coppie coinvolte:

- (Q3_CP1) Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo e (Q3_CP3) Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo, con indice di modifica pari a 142.82.
- (Q3_E1) Mi sono divertito/a a risolvere questo problema e (Q3_E4) Mi sono annoiato/a, con indice di modifica pari a 101.58.

Nel primo caso, la correlazione può essere spiegata da una sovrapposizione di quanto intendono misurare i due item: sebbene idealmente siano riferiti a tipi di impegno diverso, probabilmente catturano stati psicologici simili. Inoltre, sono posizionati vicini nel questionario e possiedono la stessa identica struttura, differendo solo per poche parole. Nel secondo caso, si tratta di due item che misurano quelli che comunemente sono considerati opposti semantici: il divertimento e la noia. Essendo l'item riferito al divertimento codificato in modo inverso, è possibile che questo

abbia originato la correlazione. Abbiamo quindi inserito la covarianza tra gli item Q3_CP1 e Q3_CP3, ottenendo un miglioramento degli indici della CFA, ma nessuna variazione per l'indice di modifica della covarianza residua tra Q3_E1 e Q3_E4. Di conseguenza abbiamo inserito nel modello anche la correlazione tra questi ultimi due item, in quanto fortemente supportata anche a livello teorico. Le modifiche effettuate hanno portato a un sostanziale miglioramento degli indici della CFA ($\chi^2(617)=1924$, $p < .001$, RMSEA=0.072, IC 90% [0.068, 0.075], SRMR=0.054, CFI=0.87, TLI=0.86), mostrando che il modello ottimizzato può essere considerato più valido.

Saturazioni fattoriali

				95% Intervallo di Fiducia				
Fattore	**Indicatore**	**Stima**	**SE**	**Inf**	**Sup**	**Z**	**p**	**Stima Standard**
Q3_Capacità ed esperienze	**R_Q3_CE1**	0.509	0.0474	0.416	0.602	10.74	<.001	0.507
	R_Q3_CE3	0.511	0.0439	0.425	0.597	11.64	<.001	0.543
	R_Q3_CE4	0.526	0.0473	0.433	0.619	11.11	<.001	0.522
	Q3_CE5	0.680	0.0399	0.602	0.758	17.02	<.001	0.733
	Q3_CE6	0.848	0.0401	0.770	0.927	21.13	<.001	0.849
	Q3_CE7	0.763	0.0426	0.679	0.846	17.91	<.001	0.761
	Q3_CE8	0.797	0.0461	0.707	0.887	17.29	<.001	0.741
	Q3_CE9	0.676	0.0402	0.598	0.755	16.82	<.001	0.727
Q3_Emozioni	**R_Q3_E1**	0.480	0.0475	0.387	0.573	10.12	<.001	0.481
	R_Q3_E2	0.712	0.0451	0.624	0.801	15.77	<.001	0.693
	Q3_E3	0.470	0.0456	0.380	0.559	10.30	<.001	0.490
	Q3_E4	0.490	0.0509	0.390	0.589	9.63	<.001	0.461
	Q3_E5	0.806	0.0393	0.729	0.884	20.50	<.001	0.835
	Q3_E6	0.437	0.0479	0.343	0.531	9.13	<.001	0.440

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicatore	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
	Q3_E7	0.849	0.0409	0.769	0.929	20.74	<.001	0.840
Q3_Considerpersonali	**Q3_CP1**	0.664	0.0453	0.575	0.752	14.64	<.001	0.654
	Q3_CP2	0.855	0.0408	0.775	0.935	20.94	<.001	0.842
	Q3_CP3	0.698	0.0454	0.609	0.787	15.36	<.001	0.678
	Q3_CP4	0.647	0.0438	0.561	0.733	14.77	<.001	0.659
	R_Q3_CP5	0.441	0.0443	0.354	0.528	9.94	<.001	0.473
	R_Q3_CP6	0.686	0.0446	0.599	0.773	15.40	<.001	0.680
	Q3_CP7	0.853	0.0415	0.771	0.934	20.54	<.001	0.832
	Q3_CP8	0.869	0.0391	0.792	0.945	22.23	<.001	0.874
	Q3_CP9	0.845	0.0397	0.767	0.923	21.27	<.001	0.851
Q3_Strategierisolutive	**Q3_SR2**	0.707	0.0402	0.628	0.786	17.58	<.001	0.768
	Q3_SR3	0.656	0.0427	0.572	0.740	15.38	<.001	0.704
	R_Q3_SR4	0.435	0.0416	0.353	0.516	10.46	<.001	0.512
	Q3_SR6	0.825	0.0405	0.745	0.904	20.35	<.001	0.837
	Q3_SR7	0.736	0.0415	0.655	0.817	17.74	<.001	0.769
	R_Q3_SR9	0.533	0.0408	0.453	0.613	13.05	<.001	0.608
	Q3_SR10	0.811	0.0446	0.723	0.898	18.17	<.001	0.771
	Q3_SR11	0.726	0.0410	0.645	0.806	17.71	<.001	0.770
	Q3_SR12	0.645	0.0434	0.560	0.730	14.86	<.001	0.677
Q3_Formulazdel quesito	**Q3_F1**	0.740	0.0446	0.653	0.828	16.58	<.001	0.741
	R_Q3_F2	0.457	0.0380	0.382	0.531	12.03	<.001	0.578
	Q3_F3	0.712	0.0403	0.633	0.791	17.65	<.001	0.777

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicatore	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
	Q3_F5	0.781	0.04040	0.695	0.868	17.74	<.001	0.775

Tabella 48. Saturazioni fattoriali delle cinque macrocategorie nel modello analizzato per il Quesito 3.

In seguito alla CFA non sono stati eliminati item relativi al Quesito 3. Gli item restanti al termine delle analisi precedenti sono riportati in Appendice E e sono i soli utilizzati per calcolare le medie di scala e fare le considerazioni relative.

6.5.4 Medie di scala

Analogamente a come già fatto per i Quesiti 1 e 2, anche per il Quesito 3 per ciascuno studente sono state calcolate le medie di scala relative a ciascuna macrocategoria. Le medie sono calcolate con lo stesso criterio adottato per gli altri quesiti; quindi, solo sugli item inclusi nell'analisi al termine di tutte le rifiniture (riportati nell'Appendice E) e utilizzando solo i punteggi attribuiti agli item. Gli item per i quali lo studente ha selezionato l'opzione di risposta "non applicabile", automaticamente non vengono inclusi nella media e se a nessuno degli item sui quali viene calcolata la media per una specifica macrocategoria è stata attribuita una risposta, la media non viene calcolata in quanto non è possibile attribuire un punteggio alla specifica scala. Nella Tabella 49 sono riportate le statistiche descrittive per le medie di scala relative al Quesito 3. Innanzitutto, il numero degli studenti per i quali non è stato possibile calcolare la media di scala per una o più macrocategorie è leggermente aumentato, arrivando a 5 per la macrocategoria Strategie risolutive e 8 per Formulazione del quesito. Le medie di scala anche per questo quesito risultano piuttosto diversificate, ma meno elevate rispetto a quelle calcolate per i Quesiti 1 e 2. In altre parole, tutte le macrocategorie risultano avere un'influenza minore sulla difficoltà percepita per il Quesito 3 rispetto ai Quesiti 1 e 2. Anche per il Quesito 3, la

media delle medie di scala è più elevata per le prime tre macrocategorie e meno elevata per le ultime due, risultando inferiore a 2 per entrambe.

Descrittive

	N	Manc	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q3_Capacità ed esperienze	411	0	2.02	2.00	0.713	1.00	4.00
Q3_Emozioni	411	0	2.07	2.00	0.690	1.00	4.00
Q3_Considerazioni personali	411	0	2.09	2.00	0.771	1.00	4.00
Q3_Strategie risolutive	406	5	1.90	1.78	0.716	1.00	4.00
Q3_Formulazione del quesito	403	8	1.84	1.75	0.756	1.00	4.00

Tabella 49. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria relative al Quesito 3.

Analizzando le distribuzioni delle medie, riportate in Figura 28, si può notare che le medie di tutte le macrocategorie sono distribuite in modo asimmetrico e fortemente concentrate sui valori più bassi della scala, sebbene per le macrocategorie Capacità ed esperienze, Emozioni e Considerazioni personali, siano presenti dei picchi di diversa entità anche in corrispondenza dei valori centrali. Nel complesso, la maggior parte degli studenti ha ritenuto che tutte le macrocategorie non avessero una grande influenza sulla difficoltà percepita rispetto al Quesito 3, aspetto interpretabile anche alla luce del basso valore di difficoltà percepita attribuito in generale al quesito. In altri termini, molti studenti hanno ritenuto che nessuna delle macrocategorie avesse influenzato in modo importante la difficoltà percepita rispetto al Quesito 3, probabilmente perché non avevano percepito il quesito come difficile in assoluto.

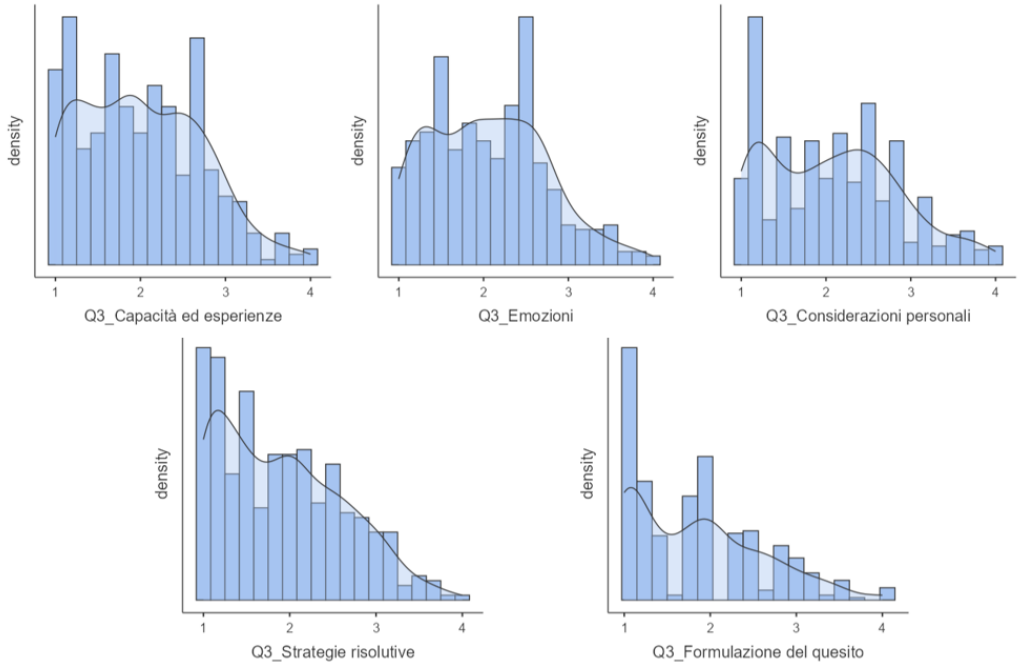


Figura 28. Istogrammi e densità delle medie di scala per ciascuna macrocategoria per il Quesito 3.

6.6 Analisi e risultati del questionario sulla difficoltà percepita – Quesito 4

L'analisi dei dati relativi al Quesito 4 è stata svolta su Jamovi (v. 2.6.44), importando direttamente i dati dalla piattaforma SurveyMonkey. Di seguito si riportano le principali analisi svolte: statistiche descrittive, affidabilità, analisi fattoriale confermativa e calcolo delle medie di scala.

6.6.1 Statistiche descrittive e correlazione con la performance

Analogamente a quanto fatto per gli altri quesiti, è stata analizzata la difficoltà percepita anche per il Quesito 4 (DP_Q4). Nella Tabella 50 sono riportate le statistiche descrittive dalle quali si evince che il quesito è stato mediamente ritenuto di difficoltà moderata (media pari a 5.29). Anche per questo quesito si riscontra variabilità nelle percezioni degli studenti, come evidenziato dalla deviazione standard piuttosto alta (SD=2.56) e dal fatto che sono stati utilizzati tutti i valori della scala delle possibili risposte. Dalla distribuzione delle frequenze riportata in Figura 29 si evidenzia che la maggior parte degli studenti ha attribuito al quesito una difficoltà percepita

media, mentre in pochi casi sono stati selezionati i valori più estremi, soprattutto quelli più elevati.

Descrittive

	DP_Q4
N	411
Mancanti	0
Media	5.29
Mediana	5.00
Deviazione standard	2.56
Scarto Interquartile (IQR)	4.00
Minimo	1
Massimo	10
25esimo percentile	3.00
50esimo percentile	5.00
75esimo percentile	7.00

Tabella 50. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 4.

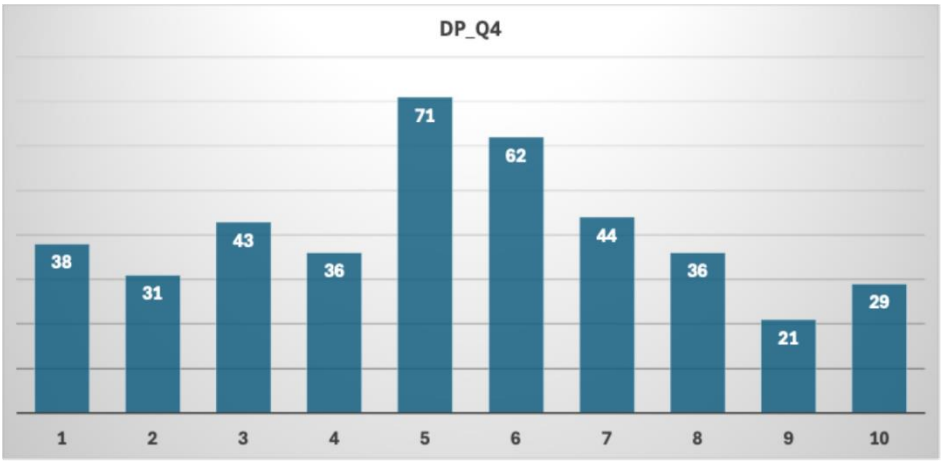


Figura 29. Distribuzione della frequenza della difficoltà percepita per il Quesito 4 (scala 1-10).

Il 28,22% degli studenti ha risolto correttamente il Quesito 4 (116 su un totale di 411), pertanto rispetto alla presente somministrazione, il quesito può essere definito difficile, avendo ottenuto una percentuale di risposte corrette ben al di sotto del 40%. La difficoltà percepita dagli studenti che hanno risposto correttamente si discosta da quella degli studenti che hanno commesso errori, ma non in modo tanto marcato quanto negli altri quesiti.

Infatti, i dati riportati in Tabella 51, mostrano che la media della difficoltà percepita degli studenti che hanno risolto correttamente il quesito è pari a 4.63 mentre quella degli studenti che non lo hanno risolto correttamente è pari a 5.55. In ogni caso la tendenza generale è rispettata anche per questo quesito: chi è riuscito a risolverlo l'ha percepito mediamente meno difficile.

Descrittive

	Corretto_4	N	Media	Mediana	SD	Minimo	Massimo
DP_Q4	**0**	295	5.55	6.00	2.49	1	10
	1	116	4.63	5.00	2.61	1	10

Tabella 51. Statistiche descrittive della difficoltà percepita del Quesito 4 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

Infine, è stato eseguito un t-test a campioni indipendenti per confrontare le medie di difficoltà percepita per i due gruppi. Nonostante il Test di Levene avesse indicato che l'assunzione di omogeneità delle varianze non era stata violata ($p = 0.514$), si è scelto comunque di svolgere il t-test di Welch per garantire maggiore robustezza e coerenza metodologica con gli altri quesiti già analizzati. Dai risultati riportati in Tabella 52 emerge che vi è una differenza significativa nella difficoltà percepita media dei due gruppi (t di Welch = 3.27; $p = 0.001$); tuttavia, in questo caso, la dimensione dell'effetto è piccola (d di Cohen = 0.362). Si noti che anche per questo quesito, come per il precedente, per impostazioni interne al software di analisi dati, l'ordine dei gruppi nel confronto è invertito rispetto a quello dei Quesiti 1 e 2, pur essendo sempre codificati con la stessa notazione (0 per gli studenti che non forniscono risposta corretta, 1 per gli studenti che forniscono risposta corretta). Di conseguenza, sebbene il segno dei coefficienti in tabella sia diverso da quello di suddetti quesiti, l'effetto identificato è il medesimo.

Test t a campioni indipendenti

		Statistiche	gdl	p		Dimensione dell'Effetto
DP_Q4	**t di Welch**	3.27	202	0.001	d di Cohen	0.362

Nota. H_a $\mu_0 \neq \mu_1$

Tabella 52. Risultati del t-test a campioni indipendenti per il Quesito 4 in base alla correttezza della risposta fornita al quesito.

È stata infine analizzata la correlazione tra difficoltà percepita e correttezza della risposta anche per il Quesito 4, riportando i risultati nella Tabella 53. Il segno e il valore del coefficiente di correlazione (r = -0.163) suggeriscono rispettivamente che, in generale, più uno studente percepisce il quesito come difficile, meno è probabile che fornisca la risposta corretta, ma la correlazione risulta debole, in accordo con il t-test svolto. La correlazione individuata risulta comunque statisticamente significativa (p < 0.001), ma il Quesito 4 è quello con la correlazione tra difficoltà percepita e correttezza della risposta più debole tra quelli esaminati. Similmente a quanto emerso per il Quesito 2, il grafico in Figura 30 mostra una linea di regressione poco ripida, che suggerisce una correlazione più debole.

Matrice di Correlazione

		DP_Q4	Corretto_4
DP_Q4	**r di Pearson**	—	
	Gdl	—	
	valore p	—	
Corretto_4	**r di Pearson**	-0.163***	—
	Gdl	409	—
	valore p	<.001	—

Nota. * p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Tabella 53. Matrice di correlazione tra la difficoltà percepita riguardo al Quesito 4 e la correttezza della risposta fornita.

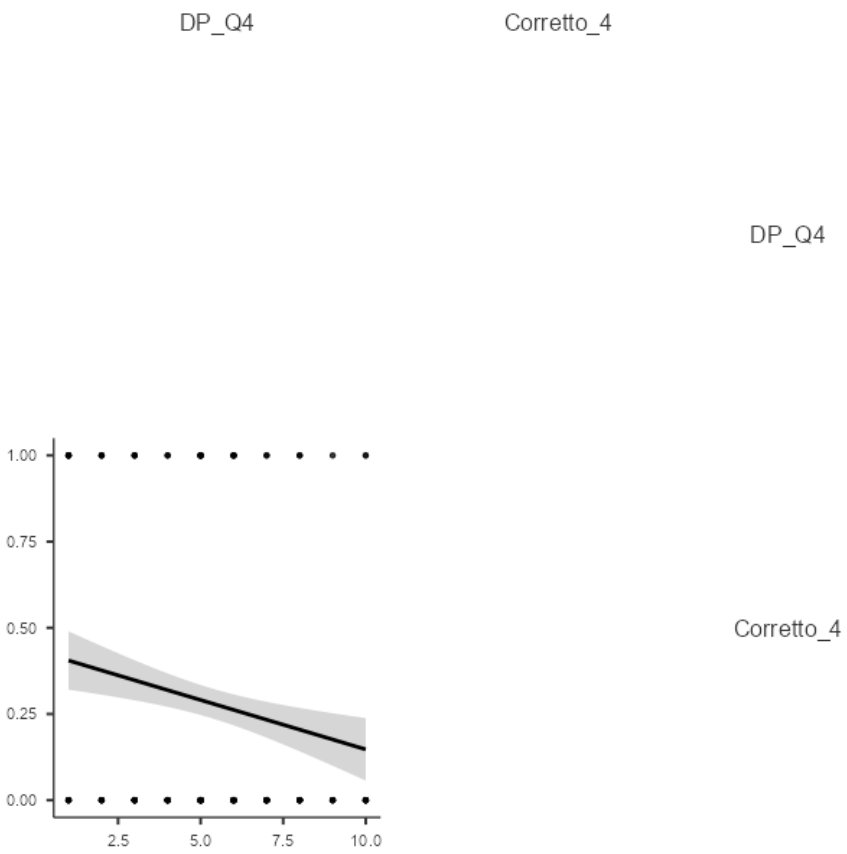


Figura 30. Relazione tra la difficoltà percepita e la probabilità di dare una risposta corretta per il Quesito 4.

6.6.2 Affidabilità

Anche per il Quesito 4, sono stati innanzitutto esclusi dall'analisi gli item relativi alla difficoltà percepita non applicabili secondo il gruppo di ricerca. Gli item esclusi in questa fase sono riportati nella Tabella 54.

Macrocategoria	**Sottocategorie**	**Item esclusi**
Capacità ed esperienze	Esperienza	(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema
Strategie risolutive	Argomentazione	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento

	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere
	Procedimento	(SR9) Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice
		(SR10) Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo
		(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta
Formulazione del problema	Figura	(F1) La figura mi ha confuso
	Testo	(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso

Tabella 54. Item inizialmente esclusi dall'analisi del Quesito 4 della somministrazione estesa.

Non potendo avere certezza della non attendibilità, non sono state escluse risposte. Infine, gli item a codifica inversa sono stati ricodificati utilizzando la funzione specifica di Jamovi.

Per ciascuna macrocategoria è stata valutata l'alpha (α) di Chronbach (Chronbach, 1951). Per questo quesito sono stati ottenuti buoni valori di α per tutte le scale ad eccezione delle ultime due: Strategie risolutive e Formulazione del quesito, per le quali sono stati ottenuti valori di α rispettivamente pari a 0.60 e 0.49. Per la prima macrocategoria non sono stati effettuati cambiamenti, mentre per la seconda sono stati esclusi

dall'analisi gli item problematici, ovvero F6 e F7, per migliorare il valore ottenuto, coerentemente con quanto già fatto per gli altri quesiti. Tutti i valori sono riportati nella Tabella 55.

Anche per i risultati relativi a questo quesito valgono le considerazioni già esposte riguardo alla necessità di prestare cautela nell'interpretazione (si veda il paragrafo 6.3.2).

Macrocategoria	**N. item**	**α di Chronbach**
Capacità ed esperienze	8	0.82
Emozioni	7	0.74
Considerazioni personali	9	0.89
Strategie risolutive	6	0.60
Formulazione del quesito	3	0.63

Tabella 55. Indici di affidabilità interna (alfa di Cronbach) delle scale utilizzate nello studio, con numero di item per ciascuna dimensione.

6.6.3 Analisi fattoriale confermativa

Similmente a quanto fatto per gli altri quesiti, anche per il Quesito 4 è stata svolta una CFA per confermare la struttura del questionario sulla difficoltà percepita nella versione specifica associata al Quesito 4. Sono stati usati gli stessi indici di adattamento (χ^2, CFI, TLI, RMSEA, SRMR) e criteri di valutazione utilizzati per gli altri quesiti e sono state analizzate anche le saturazioni standardizzate di ogni item per valutarne la correlazione con il rispettivo fattore latente (costrutto di scala).

L'adattamento del modello è risultato accettabile solo per alcuni indici e debole per altri: $\chi^2(485)=1682$, $p < .001$, RMSEA=0.076, IC 90% [0.072, 0.080], SRMR=0.066, CFI=0.81, TLI=0.80. Nello specifico, anche in questo caso, i risultati per CFI e TLI sono ben al di sotto delle soglie di accettabilità, mostrando un adattamento strutturale debole.

Le saturazioni standardizzate, riportate in Tabella 56, risultano tutte statisticamente significative. Si può osservare che la maggior parte degli

item ha saturazioni buone o ottime, ma i restanti hanno saturazioni deboli che indicano una bassa correlazione con il fattore latente di riferimento. Tre item sono risultati deboli: Q4_CE1 ("Ho già svolto problemi simili in passato"), Q4_E1 ("Mi sono divertito/a a risolvere questo problema") e Q4_SR8 ("Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta"), con saturazioni standardizzate pari rispettivamente a 0.237, 0.285 e 0.218. Essendo le saturazioni estremamente basse, gli item in questione sono stati eliminati. Gli item Q4_SR4 ("Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema") e Q4_SR5 ("Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema") mostrano le saturazioni standardizzate più basse: 0.176 e 0.174, risultando perciò estremamente deboli. In considerazione di questo fatto, si è optato per l'esclusione dall'analisi di entrambi gli item in questione. Infine, l'item Q4_E4 ("Mi sono annoiato/a") presenta una saturazione standardizzata pari a 0.363, quindi inferiore alla soglia considerata ma relativamente vicina ad essa; quindi, è stato deciso di mantenerlo e di rivalutarlo in eventuali somministrazioni future. Si noti che alcuni degli item esclusi in relazione al Quesito 4, sono stati esclusi anche dalle analisi relative al Quesito 2.

Saturazioni fattoriali

				95% Intervallo di Fiducia				
Fattore	**Indicatore**	**Stima**	**SE**	**Inf**	**Sup**	**Z**	**p**	**Stima Standard**
Q4_Capacità ed esperienze	**R_Q4_CE1**	0.244	0.0520	0.1423	0.346	4.70	<.001	0.237
	R_Q4_CE3	0.558	0.0423	0.4754	0.641	13.19	<.001	0.608
	R_Q4_CE4	0.488	0.0451	0.3991	0.576	10.81	<.001	0.516
	Q4_CE5	0.584	0.0444	0.4973	0.671	13.16	<.001	0.608
	Q4_CE6	0.811	0.0419	0.7293	0.894	19.36	<.001	0.807
	Q4_CE7	0.682	0.0447	0.5947	0.770	15.27	<.001	0.682
	Q4_CE8	0.702	0.0449	0.6138	0.790	15.63	<.001	0.694
	Q4_CE9	0.659	0.0422	0.5764	0.742	15.62	<.001	0.693

Saturazioni fattoriali

				95% Intervallo di Fiducia				
Fattore	**Indicatore**	**Stima**	**SE**	**Inf**	**Sup**	**Z**	**p**	**Stima Standard**
Q4_Emozioni	**R_Q4_E1**	0.266	0.0477	0.1728	0.360	5.58	<.001	0.285
	R_Q4_E2	0.621	0.0440	0.5342	0.707	14.09	<.001	0.648
	Q4_E3	0.448	0.0483	0.3537	0.543	9.28	<.001	0.459
	Q4_E4	0.381	0.0526	0.2775	0.484	7.24	<.001	0.363
	Q4_E5	0.667	0.0427	0.5833	0.751	15.61	<.001	0.703
	Q4_E6	0.449	0.0514	0.3486	0.550	8.75	<.001	0.432
	Q4_E7	0.847	0.0423	0.7644	0.930	20.03	<.001	0.836
Q4_Considerpersonali	**Q4_CP1**	0.641	0.0439	0.5552	0.727	14.60	<.001	0.658
	Q4_CP2	0.753	0.0407	0.6728	0.832	18.50	<.001	0.780
	Q4_CP3	0.674	0.0431	0.5893	0.758	15.64	<.001	0.692
	Q4_CP4	0.598	0.0459	0.5083	0.688	13.04	<.001	0.600
	R_Q4_CP5	0.393	0.0415	0.3116	0.474	9.47	<.001	0.457
	R_Q4_CP6	0.512	0.0457	0.4222	0.601	11.20	<.001	0.529
	Q4_CP7	0.742	0.0429	0.6577	0.826	17.28	<.001	0.744
	Q4_CP8	0.800	0.0393	0.7231	0.877	20.34	<.001	0.830
	Q4_CP9	0.790	0.0408	0.7100	0.870	19.38	<.001	0.805
Q4_Strategierisolutive	**R_Q4_SR4**	0.140	0.0420	0.0579	0.223	3.34	<.001	0.176
	R_Q4_SR5	0.157	0.0473	0.0639	0.249	3.31	<.001	0.174
	Q4_SR6	0.805	0.0442	0.7179	0.891	18.18	<.001	0.791
	Q4_SR7	0.559	0.0445	0.4714	0.646	12.55	<.001	0.617
	R_Q4_SR8	0.204	0.0527	0.1013	0.308	3.88	<.001	0.218
	Q4_SR12	0.564	0.0434	0.4788	0.649	13.00	<.001	0.618

Saturazioni fattoriali

Fattore	Indicatore	Stima	SE	95% Intervallo di Fiducia		Z	p	Stima Standard
				Inf	Sup			
Q4_Formulaz del quesito	**R_Q4_F2**	0.378	0.04222	0.2956	0.461	8.97	<.001	0.484
	Q4_F3	0.602	0.04283	0.5072	0.696	12.46	<.001	0.643
	Q4_F5	0.676	0.04999	0.5783	0.774	13.55	<.001	0.675

Tabella 56. Saturazioni fattoriali delle cinque macrocategorie nel modello analizzato per il Quesito 4.

Gli item restanti al termine della CFA in relazione al Quesito 4 sono riportati in Appendice E e sono i soli utilizzati per calcolare le medie di scala e fare le considerazioni relative. Nel complesso, gli item individuati appaiono idonei a misurare le differenti componenti del costrutto della difficoltà percepita all'interno del contesto del Quesito 4.

6.6.4 Medie di scala

Seguendo lo stesso metodo adottato per gli altri quesiti, sono state calcolate le medie di scala relative a ciascuna macrocategoria per ognuno degli studenti. Come già discusso, le medie sono state calcolate solo sugli item inclusi nell'analisi al termine delle analisi (riportati nell'Appendice E) e utilizzando solo i punteggi attribuiti, tralasciando gli item per i quali è stata fornita la risposta "non applicabile". Nella Tabella 57 si riportano i risultati delle statistiche descrittive per le medie di scala relative al Quesito 4. Si può notare che il numero degli studenti per i quali non è stato possibile calcolare la media di scala per una o più macrocategorie è ulteriormente salito, il che suggerisce che la lunghezza del questionario possa aver influito sul numero di item per i quali è stata selezionata l'opzione "non applicabile". La deviazione standard piuttosto elevata indica anche per questo quesito una discreta variabilità nelle medie di scala; inoltre, i valori medi dei punteggi medi di scala risultano superiori a 2 per tutte le macrocategorie ad eccezione di Formulazione del quesito. Nello specifico, la macrocategoria che sembra aver influenzato di più la difficoltà percepita per il Quesito 4 è

Considerazioni personali, seguita da Capacità ed esperienze e da Strategie risolutive.

Descrittive

	N	Manc	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q4_Capacità ed esperienze	411	0	2.36	2.43	0.700	1.00	4.00
Q4_Emozioni	411	0	2.15	2.17	0.663	1.00	4.00
Q4_Considerazioni personali	411	0	2.42	2.44	0.697	1.00	4.00
Q4_Strategie risolutive	402	9	2.24	2.33	0.770	1.00	4.00
Q4_Formulazione del quesito	403	8	1.84	2.00	0.753	1.00	4.00

Tabella 57. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria relative al Quesito 4.

Le distribuzioni delle medie riportate nella Figura 31 confermano quanto già discusso, evidenziando in particolare che per il Quesito 4, le Emozioni non hanno influenzato particolarmente la difficoltà percepita, in quanto la maggior parte degli studenti ha ottenuto medie di scala basse rispetto a questa macrocategoria. Anche la macrocategoria Formulazione del quesito ha avuto un peso poco elevato, mentre le tre restanti macrocategorie mostrano delle medie di scala più elevate, con picchi nella distribuzione situati subito prima del valore 3, per Capacità ed esperienze e Considerazioni personali, e una distribuzione che non si appiattisce in corrispondenza dei valori più alti per Strategie risolutive.

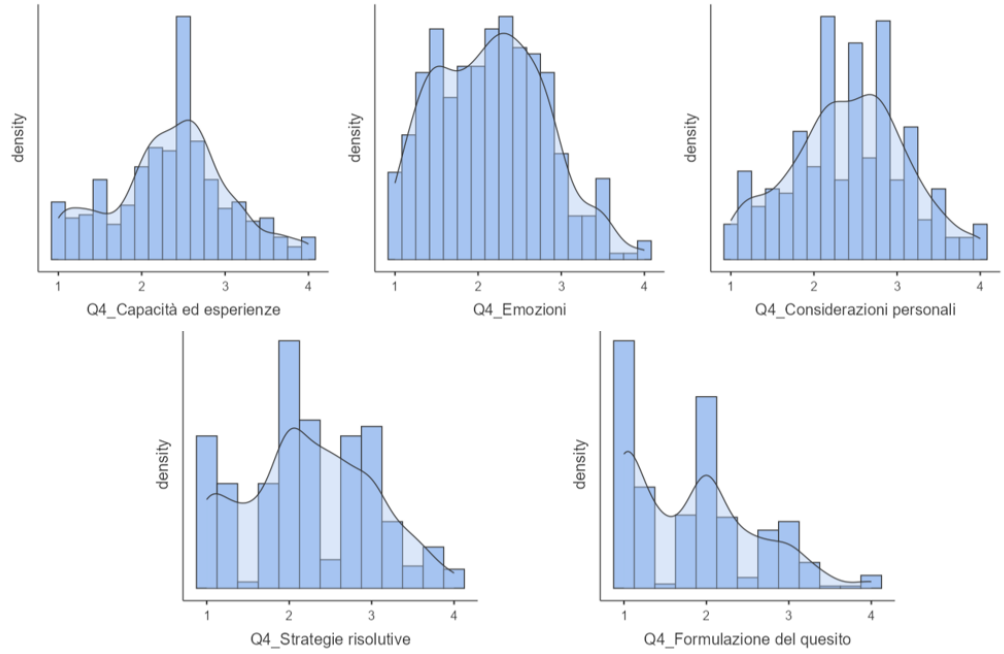


Figura 31. Istogrammi e densità delle medie di scala per ciascuna macrocategoria per il Quesito 4.

6.7 Discussione

Nel presente paragrafo vengono discussi i principali risultati emersi dall'analisi dei dati raccolti nella somministrazione estesa. Tali risultati vengono esaminati alla luce delle domande di ricerca formulate nel paragrafo 2.4, alle quali si offre una risposta puntuale.

6.7.1 Difficoltà percepita e difficoltà oggettiva dei quesiti

Dall'analisi dei dati è emerso che la difficoltà percepita, in quanto caratterizzata dall'aspetto della percezione, risulta estremamente diversificata tra gli studenti ed espressione della loro soggettività. Nonostante ciò, è comunque possibile fare delle considerazioni di carattere generale a riguardo.

Nella Tabella 58 sono riportati i valori medi della difficoltà percepita attribuita ad ogni quesito e gli indici di difficoltà, calcolati sia su scala nazionale, facendo riferimento ai dati INVALSI, sia rispetto alla somministrazione svolta nella presente ricerca. Innanzitutto, è opportuno sottolineare che tutti i quesiti sono risultati, in media, caratterizzati da una

difficoltà percepita moderata. La media della difficoltà percepita, tuttavia, non risulta in accordo con l'indice di difficoltà, sia su scala nazionale che rispetto alla somministrazione della presente ricerca. In particolare, il Quesito 1 viene valutato mediamente come il più difficile tra i quattro, ma questo non trova riscontro negli indici di difficoltà. Infatti, su scala nazionale era risultato il secondo quesito più "facile", mentre nella presente somministrazione è addirittura quello che ha collezionato il maggior numero di risposte corrette, non potendo nemmeno essere definito difficile (indice di difficoltà superiore a 0.40). Il Quesito 2 risulta caratterizzato da valori molto simili degli indici di difficoltà nei due diversi contesti considerati; tuttavia, è il quesito con la seconda difficoltà percepita media più bassa. Infine, il Quesito 4, che nella somministrazione nazionale era risultato estremamente difficile, nella somministrazione della presente ricerca è risultato molto meno difficile, anche meno difficile del Quesito 2, ad esempio.

Quesito	**Media difficoltà percepita**	**Indice difficoltà**	
		Scala nazionale	**Presente ricerca**
1	5.52	0.28	0.45
2	4.95	0.23	0.26
3	4.65	0.35	0.40
4	5.29	0.19	0.28

Tabella 58. Media della difficoltà percepita attribuita ad ogni quesito e indice di difficoltà, calcolato su scala nazionale sulla base dei dati INVALSI e rispetto alla somministrazione della presente ricerca.

Gli effetti descritti, ovviamente, devono essere contestualizzati: la somministrazione svolta per la presente ricerca non è stata svolta seguendo i protocolli adottati per lo svolgimento delle prove INVALSI; pertanto, non è stato possibile garantire una somministrazione completamente priva di fenomeni di *cheating*, che si è comunque cercato di limitare il più possibile. I dati fino ad ora commentati sembrano mostrare che la difficoltà percepita dagli studenti rispetto a un quesito non sia esattamente allineata alla difficoltà oggettiva dello stesso. Infatti, quesiti oggettivamente difficili sono

stati valutati come di difficoltà media, salvo poi avere percentuali esigue di risposte corrette. Tuttavia, analizzando in modo più approfondito la differenza nella percezione di difficoltà tra gli studenti che rispondono correttamente al quesito e quelli che commettono errori, si evidenzia che tale differenza è statisticamente significativa (si veda, ad esempio, il paragrafo 6.3.1) e mostra che gli studenti che riescono a risolvere correttamente un quesito, lo percepiscono mediamente come meno difficile rispetto a quelli che non lo risolvono correttamente. Ciò indica che, generalmente, gli studenti possiedono una certa consapevolezza della correttezza della risposta fornita e la loro percezione risulta mediata da questa consapevolezza. L'effetto generale riscontrato è quindi dovuto probabilmente agli studenti, comunque presenti, che vanno in controtendenza rispetto a quanto descritto, attribuendo una difficoltà percepita alta a quesiti che sono riusciti a risolvere o viceversa bassa a quesiti nei quali hanno commesso errori. Si sottolinea che le medie della difficoltà percepita derivano da valutazioni attribuite caratterizzate da grande variabilità. Questo indica la mancanza di accordo tra gli studenti e suggerisce la necessità di effettuare analisi più approfondite per comprendere le motivazioni sottostanti alla variabilità, che non può essere spiegata unicamente facendo riferimento alla difficoltà oggettiva dei quesiti e alla performance di ogni studente.

6.7.2 Peso delle diverse macrocategorie

Per analizzare il peso delle diverse macrocategorie nella determinazione della difficoltà percepita, si è optato per svolgere un'ANOVA a misure ripetute. Tale scelta è stata dettata dal disegno di ricerca e dalla struttura del questionario, in quanto a ogni studente sono stati di fatto somministrati quattro quesiti e, per ciascuno di essi, è stata proposta una serie di item da valutare su scala Likert riferiti alle cinque macrocategorie. L'ANOVA a misure ripetute viene inoltre considerata un test potente in quanto riduce la variabilità dovuta alle differenze individuali, il che ci permette di far emergere in modo chiaro il peso reale delle macrocategorie.

Infine, questo tipo di test permette di analizzare le interazioni tra il quesito e le macrocategorie, consentendoci di determinare se il peso delle macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita si mantiene costante o se varia in funzione del quesito proposto.

Nell'implementazione dell'ANOVA sono stati innanzitutto definiti i fattori coinvolti, ovvero il Quesito (Quesito 1, Quesito 2, Quesito 3 e Quesito 4) e la Macrocategoria (Capacità ed esperienze, Emozioni, Considerazioni personali, Strategie risolutive, Formulazione del quesito). Successivamente è stata analizzata la condizione di sfericità per le variabili mediante il test di Mauchly. Il test verifica se le varianze delle differenze fra tutte le possibili coppie di variabili dei gruppi sono uguali (condizione di sfericità) e si considera superato per valori di p maggiori di 0.05. I risultati del test, riportati nella Tabella 59 mostrano che la sfericità è stata violata per tutte le variabili. Infatti, p risulta minore di 0.05 per Indice, seppur di poco, Macrocategoria e per l'interazione Quesito*Macrocategoria, necessitando in tutti i casi di applicare una correzione. La scelta è ricaduta sulla correzione di Greenhouse-Gesser in quanto ritenuta la scelta più prudente.

Test di Sfericità

	W di Mauchly	p	Greenhouse-Geisser ε	Huynh-Feldt ε
Quesito	0.972	0.048	0.981	0.989
Macrocategoria	0.551	<.001	0.769	0.776
Quesito ✻ Macrocategoria	0.167	<.001	0.693	0.709

Tabella 59. Risultati del test di sfericità di Mauchly.

A questo punto sono stati analizzati tre effetti, ovvero quello dovuto al quesito, quello dovuto alla macrocategoria e quello dovuto all'interazione tra quesito e macrocategoria. L'analisi di ciascuno degli effetti permette quindi di rispondere alle seguenti domande:

- i quattro quesiti sono percepiti diversamente dagli studenti in termini di difficoltà percepita?

- C'è una differenza significativa tra le cinque macrocategorie della difficoltà percepita?
- La difficoltà percepita rispetto a ciascuna delle macrocategorie cambia a seconda del quesito specifico?

La prima domanda, quella riferita all'effetto Quesito, risulta molto simile alla DdR1, alla quale è stata fornita risposta nel paragrafo precedente. Tuttavia, è necessario osservare che, in questo contesto, la difficoltà percepita di ciascun quesito non viene valutata tramite il valore attribuito dagli studenti, bensì dalle medie relative ad ogni macrocategoria, riferita allo specifico quesito.

Sono stati analizzati gli effetti entro i soggetti, con la correzione della sfericità di Greenhouse-Geisser, riportati nella Tabella 60, che mostrano che gli effetti in questione sono tutti statisticamente significativi ($p<0.001$). Partendo dal Quesito, i dati mostrano che la differenza nella difficoltà percepita dei quattro quesiti è statisticamente significativa e che l'effetto è grande ($\eta^2_p=0.123$), ovvero il quesito spiega circa il 12% della varianza della difficoltà percepita degli studenti. Considerando l'effetto principale Indice, anch'esso risulta significativo ($p<0.001$) ma la sua dimensione è ancora maggiore rispetto a quella del quesito. Il valore di $\eta^2_p=0.270$ è elevato e indica che le macrocategorie influenzano fortemente la difficoltà percepita degli studenti, spiegando il 27% della varianza. Ciò significa che, indipendentemente dal quesito, vi sono delle macrocategorie che hanno influenzato sempre la difficoltà percepita dagli studenti. Infine, rispetto all'interazione Quesito*Macrocategoria, anche in questo caso l'effetto risulta statisticamente significativo ($p<0.001$), indicando che il peso delle macrocategorie sulla difficoltà percepita non è lo stesso per ogni quesito. I dettagli riguardo al peso relativo delle macrocategorie per ogni quesito verranno discussi in seguito, ma si segnala che per l'interazione l'effetto risulta di media entità ($\eta^2_p=0.061$) e quindi meno forte rispetto all'effetto dei due indici già discussi singolarmente.

Effetti Entro i Soggetti

	Correz. della Sfericità	Somma dei Quadr.	gdl	Media Quadr.	F	p	η^2_p
Quesito	**Greenhouse-Geisser**	**103.4**	2.94	35.145	55.2	<.001	0.123
Residuo	**Greenhouse-Geisser**	**739.7**	1162.67	0.636			
Macrocat.	**Greenhouse-Geisser**	**167.8**	3.08	54.546	146.3	<.001	0.270
Residuo	**Greenhouse-Geisser**	**453.0**	1215.25	0.373			
Quesito ✻ Macrocat.	**Greenhouse-Geisser**	**33.0**	8.31	3.963	25.9	<.001	0.061
Residuo	**Greenhouse-Geisser**	**503.5**	3284.18	0.153			

Nota. Somma dei quadrati Tipo 3

Tabella 60. Effetti entro i soggetti con applicazione della correzione di sfericità di Greenhouse-Geisser.

Per determinare quali sono precisamente le differenze, sono stati infine analizzati i confronti multipli a coppie, ovvero i Confronti Post Hoc per Quesito, Macrocategoria e per l'interazione Quesito*Macrocategoria. Per controllare l'errore derivante dai confronti multipli a coppie è stata utilizzata la correzione di Bonferroni. I Confronti Post Hoc relativi al Quesito sono riportati nella Tabella 61. Utilizzando le medie delle macrocategorie per ogni quesito, è stato possibile determinare quale quesito è stato percepito più difficile e quale meno, secondo l'assunto che punteggi medi elevati per una macrocategoria significa che questa ha determinato una forte difficoltà percepita (e quindi punteggi medi elevati per tutte o molte macrocategorie relative a uno stesso quesito, determinano che il quesito è stato percepito come difficile). I valori di p indicano che la differenza tra i due elementi confrontati è significativa per tutti i confronti (la differenza è considerata statisticamente significativa per $p<0.05$). Analizzando le differenze medie emerge che il Quesito Q1 risulta essere percepito come nettamente più difficile di tutti gli altri, mostrando una differenza particolarmente pronunciata con il Quesito 3 (differenza media=0.3011) e invece una lieve con il Quesito 4 (differenza

media=0.0741). Il Quesito 2 invece risulta essere percepito più difficile del Quesito 3 (differenza media=0.1127) ma più semplice del Quesito 4 (differenza media=-0.1143). Infine, anche il Quesito 3 viene percepito molto più facile del Quesito 4 (differenza media=-0.2270). È quindi possibile ordinare i quesiti in base alla difficoltà percepita emersa: il Quesito 1 è stato percepito più difficile di tutti gli altri, a seguire il Quesito 4, poi il Quesito 2 e infine il Quesito 3, che ha punteggi di difficoltà percepita molto più bassi degli altri. Si noti che l'ordine di difficoltà percepita dei quesiti è identico a quello stilato considerando le medie delle valutazioni di difficoltà percepita attribuite dagli studenti su una scala da 1 a 10. In altre parole, il peso delle macrocategorie nella determinazione della difficoltà percepita di ogni quesito è coerente con la difficoltà percepita attribuita in senso assoluto.

Confronti Post Hoc - Quesito

Confronto							
Quesito		**Quesito**	**Differenza Media**	**SE**	**gdl**	**t**	**$p_{bonferroni}$**
Q1	-	**Q2**	0.1884	0.0244	395	7.74	<.001
	-	**Q3**	0.3011	0.0258	395	11.66	<.001
	-	**Q4**	0.0741	0.0256	395	2.89	0.024
Q2	-	**Q3**	0.1127	0.0251	395	4.49	<.001
	-	**Q4**	-0.1143	0.0261	395	-4.37	<.001
Q3	-	**Q4**	-0.2270	0.0235	395	-9.64	<.001

Tabella 61. Confronti Post Hoc relativi al Quesito.

Successivamente sono stati analizzati i Confronti Post Hoc relativi alla Macrocategoria, riportati nella Tabella 62. I valori di p indicano differenze statisticamente significative tra tutte le coppie di macrocategorie ad eccezione di Capacità ed esperienze ed Emozioni (p=1). Questo valore di p indica che non è possibile rifiutare l'ipotesi nulla (nel nostro caso, che la media della macrocategoria Emozioni è differente da quella della macrocategoria Capacità ed esperienze) e quindi è possibile affermare che non vi è differenza tra le due medie. Dai restanti confronti si evince che la macrocategoria Capacità ed esperienze influenza la difficoltà percepita più della macrocategoria Strategie risolutive, molto più della macrocategoria

Formulazione del quesito e leggermente meno della macrocategoria Considerazioni personali (differenze medie pari rispettivamente a 0.1505, 0.3324 e -0.0857). Anche tutte le altre macrocategorie influenzano la difficoltà percepita più della macrocategoria Formulazione del quesito. Inoltre, la macrocategoria Considerazioni personali risulta quella che rispetto alle altre ha l'influenza maggiore sulla difficoltà percepita; la differenza con Formulazione del quesito, in questo caso, è estremamente elevata (p=0.4181).

Il confronto tra le varie macrocategorie permette quindi di affermare che la difficoltà percepita è fortemente influenzata dalla macrocategoria Considerazioni personali, seguita da Emozioni e Capacità ed esperienze. Pesano molto meno invece le Strategie risolutive e, soprattutto, la Formulazione del quesito.

Confronti Post Hoc - Macrocategoria

Confronto							
Macrocat.		**Macrocat.**	**Differenza Media**	**SE**	**gdl**	**t**	**$p_{bonferroni}$**
Capacità ed esperienze	-	**Emozioni**	0.0210	0.0171	395	1.23	1.000
	-	**Considerazioni personali**	-0.0857	0.0158	395	-5.43	<.001
	-	**Strategie risolutive**	0.1505	0.0139	395	10.79	<.001
	-	**Formulazione del quesito**	0.3324	0.0188	395	17.63	<.001
Emozioni	-	**Considerazioni personali**	-0.1067	0.0199	395	-5.36	<.001
	-	**Strategie risolutive**	0.1295	0.0186	395	6.95	<.001
	-	**Formulazione del quesito**	0.3114	0.0233	395	13.36	<.001
Considerazioni personali	-	**Strategie risolutive**	0.2362	0.0176	395	13.45	<.001
	-	**Formulazione del quesito**	0.4181	0.0251	395	16.65	<.001
Strategie risolutive	-	**Formulazione del quesito**	0.1819	0.0174	395	10.43	<.001

Tabella 62. Confronti Post Hoc relativi alla Macrocategoria.

Infine, per determinare come cambia la difficoltà percepita da un quesito all'altro, abbiamo analizzato i Confronti Post Hoc relativi all'interazione Quesito*Macrocategoria, riportati nell'Appendice F per non appesantire la discussione in questo paragrafo.

Senza entrare nell'analisi dettagliata dei dati, si evidenziano alcune caratteristiche dell'interazione delle componenti che approfondiscono e conferiscono maggiore solidità a quanto finora affermato. Nel Quesito 1 sembra che le macrocategorie Capacità ed esperienze, Emozioni e Considerazioni personali abbiano un peso praticamente identico nella determinazione della difficoltà percepita ($p=1$ in entrambi i confronti) e che tale peso sia molto maggiore di quello di Strategie risolutive e Formulazione del Quesito. Inoltre, il peso delle macrocategorie Capacità ed esperienze e Considerazioni personali è identico nel Quesito 1 e nel Quesito 4, mentre la macrocategoria Emozioni risulta avere un peso maggiore nel Quesito 1 rispetto al Quesito 4. Di conseguenza, analizzando questi due quesiti si nota che la differenza principale nei pesi delle macrocategorie risiede proprio nella macrocategoria Emozioni. Inoltre, nel Quesito 4, la macrocategoria Capacità ed esperienze ha un peso molto maggiore rispetto a Emozioni. La formulazione del quesito risulta poco importante nella determinazione della difficoltà percepita per tutti i quesiti e il Quesito 3 risulta in generale quello sulla cui difficoltà percepita tutte le macrocategorie hanno pesato meno, coerentemente con il fatto che è stato percepito come il più facile tra i quattro.

Nel complesso, quindi, è possibile affermare che le macrocategorie hanno un peso differente nella determinazione della difficoltà percepita dagli studenti. Il fattore Macrocategoria è risultato il più influente, mostrando che la macrocategoria che ha il peso maggiore è Considerazioni personali, seguita da Capacità ed esperienze ed Emozioni che sembrano avere un peso equivalente. Questi aspetti entrano in contrasto con i risultati emersi dalle analisi degli studi qualitativi precedenti, nei quali le considerazioni personali erano emerse in modo molto più limitato e le

emozioni non erano emerse per nulla. Già durante la fase di pre-test si era ipotizzato che tali fattori non fossero emersi perché considerati non esprimibili spontaneamente dagli studenti in un contesto scolastico e legato alla matematica e lo stesso strumento di raccolta dati non li elicitava. I risultati ottenuti in questa fase sembrano confermare questa ipotesi: gli aspetti più soggettivi ed emotivi hanno un peso importante nella determinazione della difficoltà percepita, quando agli studenti viene permesso di esprimerli. La Formulazione del quesito invece presenta il peso minore nella determinazione della difficoltà percepita, ma ciò potrebbe essere dovuto anche al fatto che gli item relativi a suddetta categoria sono risultati problematici e spesso poco adatti a misurare il costrutto. Inoltre, dai dati relativi all'interazione Quesito*Macrocategoria, emerge che il peso delle macrocategorie non è prestabilito in modo fisso, bensì presenta delle variazioni a seconda del quesito considerato.

6.7.3 Somiglianze e differenze nella difficoltà percepita da studenti e studentesse

Per analizzare le eventuali differenze nella difficoltà percepita da studenti e studentesse è stata inserita nell'analisi la variabile del genere, fino ad ora non considerata. Innanzitutto, sono state escluse dall'analisi le risposte (5) degli studenti che avevano scelto di non dichiarare il proprio genere nel questionario, per mantenere la coerenza con i dati INVALSI, PISA e TIMSS che fanno riferimento solo a maschi e femmine. Sono state analizzate le valutazioni della difficoltà percepita attribuite a ogni quesito. Le statistiche descrittive, divise per genere del rispondente, sono riportate nella Tabella 63. Da queste emerge che nella maggior parte dei quesiti, mediamente, le studentesse hanno attribuito ai quesiti una difficoltà percepita superiore rispetto a quella attribuita dagli studenti. Infatti, per il Quesito 1, 2 e 4, la media della difficoltà percepita delle studentesse è superiore rispetto a quella degli studenti, con un divario piuttosto ampio per il Quesito 4. Invece, per il Quesito 3, la tendenza si inverte con la media della

difficoltà percepita dagli studenti che risulta superiore a quella delle studentesse, anche se il divario è il più piccolo in termini assoluti. La variabilità delle risposte appare simile nei due gruppi. Dai dati quindi si evidenzia una differenza nella percezione di studenti e studentesse, ma non molto marcata.

Descrittive

	Genere	N	Media	Mediana	SD	Minimo	Massimo
DP_Q1	**Maschio**	211	5.41	5.00	2.59	1	10
	Femmina	195	5.56	6.00	2.70	1	10
DP_Q2	**Maschio**	211	4.80	5.00	2.53	1	10
	Femmina	195	5.08	5.00	2.46	1	10
DP_Q3	**Maschio**	211	4.67	5.00	2.97	1	10
	Femmina	195	4.55	4.00	2.68	1	10
DP_Q4	**Maschio**	211	5.03	5.00	2.59	1	10
	Femmina	195	5.54	6.00	2.52	1	10

Tabella 63. Statistiche descrittive della difficoltà percepita rispetto al genere.

Anche l'analisi delle medie di scala per i quattro quesiti mostra dei valori leggermente superiori per le studentesse rispetto agli studenti, indicando che queste ultime percepiscono una difficoltà lievemente maggiore nella maggior parte delle macrocategorie e in tutti i quesiti. Dalla Tabella 64, tuttavia, si può notare che la media di scala per la macrocategoria Formulazione del quesito è più bassa per le studentesse in riferimento ai Quesiti 2, 3 e 4.

Descrittive

	Genere	N	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q1_Capacità ed esperienze	**Maschio**	211	2.31	2.29	0.761	1.00	4.00
	Femmina	195	2.47	2.43	0.817	1.00	4.00
Q1_Emozioni	**Maschio**	211	2.27	2.33	0.670	1.00	4.00
	Femmina	195	2.50	2.50	0.724	1.00	4.00
Q1_Considerazioni personali	**Maschio**	211	2.34	2.33	0.681	1.00	4.00
	Femmina	195	2.56	2.67	0.757	1.00	4.00
	Maschio	209	2.08	2.00	0.694	1.00	3.67

Descrittive

	Genere	N	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q1_Strategie risolutive	**Femmina**	195	2.21	2.17	0.750	1.00	4.00
Q1_Formulazione del quesito	**Maschio**	210	1.99	2.00	0.761	1.00	4.00
	Femmina	192	2.06	2.00	0.767	1.00	4.00
Q2_Capacità ed esperienze	**Maschio**	211	2.06	2.00	0.691	1.00	4.00
	Femmina	195	2.16	2.14	0.687	1.00	4.00
Q2_Emozioni	**Maschio**	211	2.15	2.17	0.644	1.00	4.00
	Femmina	195	2.27	2.33	0.706	1.00	4.00
Q2_Considerazioni personali	**Maschio**	211	2.21	2.22	0.692	1.00	4.00
	Femmina	195	2.33	2.33	0.797	1.00	4.00
Q2_Strategie risolutive	**Maschio**	210	1.99	2.00	0.684	1.00	4.00
	Femmina	194	2.02	2.00	0.661	1.00	4.00
Q2_Formulazione del quesito	**Maschio**	209	1.89	1.75	0.705	1.00	4.00
	Femmina	193	1.86	2.00	0.713	1.00	4.00
Q3_Capacità ed esperienze	**Maschio**	211	2.04	2.00	0.713	1.00	4.00
	Femmina	195	2.00	1.88	0.709	1.00	4.00
Q3_Emozioni	**Maschio**	211	2.05	2.00	0.663	1.00	4.00
	Femmina	195	2.08	2.00	0.722	1.00	4.00
Q3_Considerazioni personali	**Maschio**	211	2.04	2.11	0.710	1.00	4.00
	Femmina	195	2.14	2.00	0.834	1.00	4.00
Q3_Strategie risolutive	**Maschio**	209	1.96	1.89	0.736	1.00	4.00
	Femmina	193	1.83	1.75	0.691	1.00	3.89
Q3_Formulazione del quesito	**Maschio**	207	1.93	2.00	0.766	1.00	4.00
	Femmina	192	1.74	1.75	0.737	1.00	4.00
Q4_Capacità ed esperienze	**Maschio**	211	2.28	2.29	0.660	1.00	4.00
	Femmina	195	2.45	2.43	0.736	1.00	4.00
Q4_Emozioni	**Maschio**	211	2.08	2.17	0.615	1.00	4.00
	Femmina	195	2.23	2.17	0.703	1.00	4.00
Q4_Considerazioni personali	**Maschio**	211	2.34	2.33	0.654	1.00	4.00
	Femmina	195	2.51	2.56	0.735	1.00	4.00
Q4_Strategie risolutive	**Maschio**	208	2.21	2.33	0.744	1.00	4.00
	Femmina	190	2.26	2.33	0.800	1.00	4.00

Descrittive

	Genere	N	Media	Mediana	SD	Min	Max
Q4_Formulazione del quesito	**Maschio**	207	1.91	2.00	0.762	1.00	4.00
	Femmina	192	1.76	1.67	0.739	1.00	4.00

Tabella 64. Statistiche descrittive delle medie di scala per ogni macrocategoria e ogni quesito rispetto al genere.

Per approfondire il tipo di differenze presenti nella difficoltà percepita da studenti e studentesse e valutarne la significatività, è stata svolta un'ANOVA mista, aggiungendo all'ANOVA svolta precedentemente anche il fattore genere (aggiunto come fattore tra i soggetti). L'analisi dell'effetto tra i soggetti non ha rilevato una differenza statisticamente significativa tra le medie di scala complessive rispetto al genere ($F=1.02$; $p=0.313$; $\eta^2_p=0.003$). Si è poi proceduto ad analizzare l'interazione Genere*Macrocategoria, che è risultata significativa ma con un effetto piccolo ($F=26.37$; $p<0.001$; $\eta^2_p=0.063$). Di conseguenza, per approfondire suddetta differenza, sono state analizzate le Medie marginali stimate, presentate nella Tabella 65. Da queste si evince che sia studenti che studentesse identificano le Considerazioni personali come la macrocategoria che più influenza la difficoltà percepita e, viceversa, la Formulazione del quesito come quella che la influenza meno. La differenza principale tra i generi risiede quindi non nella forma del profilo della difficoltà percepita, bensì nell'intensità dello stesso, che per le studentesse risulta leggermente ma significativamente superiore.

Medie Marginali Stimate - Macrocategoria ✻ Genere

				95% Intervallo di Fiducia	
Genere	**Macrocategoria**	**Media**	**SE**	**Inferiore**	**Superiore**
Maschio	**Capacità ed esperienze**	2.16	0.0394	2.08	2.23
	Emozioni	2.12	0.0399	2.04	2.20
	Considerazioni personali	2.22	0.0437	2.14	2.31
	Strategie risolutive	2.04	0.0398	1.96	2.12

Medie Marginali Stimate - Macrocategoria * Genere

Genere	Macrocategoria	Media	SE	95% Intervallo di Fiducia	
				Inferiore	Superiore
Femmina	**Formulazione del quesito**	1.91	0.0432	1.83	2.00
	Capacità ed esperienze	2.25	0.0412	2.17	2.33
	Emozioni	2.24	0.0417	2.16	2.33
	Considerazioni personali	2.35	0.0457	2.26	2.44
	Strategie risolutive	2.06	0.0417	1.97	2.14
	Formulazione del quesito	1.82	0.0452	1.73	1.91

*Tabella 65. Medie marginali stimate per l'interazione Macrocategoria*Genere.*

6.7.4 Difficoltà percepita e rapporto con la matematica

Nell'ultima fase dell'analisi, si è iniziato a esplorare le eventuali relazioni della difficoltà percepita con le caratteristiche degli studenti. L'attenzione si è concentrata in particolare sulla relazione tra difficoltà percepita e rapporto con la matematica, in quanto è stato ipotizzato che potesse esistere una relazione del genere, secondo la quale più uno studente ha un buon rapporto con la matematica, meno percepirà un quesito come difficile. Seguendo le considerazioni relative alla validazione della traduzione del questionario sul rapporto con la matematica (si veda il paragrafo 6.2.2), si è deciso di utilizzare solo una delle due scale che sono risultate solide durante il processo di validazione, ovvero quella relativa alla Sicurezza nell'apprendimento della matematica.

Inizialmente è stato calcolato il punteggio di scala per la scala in questione per ogni studente, semplicemente sommando i punteggi attribuiti sulla scala Likert, come da indicazioni del questionario. In base alle regole di calcolo, i punteggi di scala variano tra 5 e 25 (poiché ottenuti da scala Likert a 5 punti utilizzata sui 5 item che compongono la scala). I punteggi di scala sono stati poi utilizzati per svolgere un'analisi della correlazione con la

difficoltà percepita attribuita ai quattro quesiti, i cui risultati sono presentati nella Tabella 66.

Matrice di Correlazione		Sicurezza apprendimento matematica
Sicurezza apprendimento matematica	**r di Pearson**	—
	gdl	—
	valore p	—
DP_Q1	**r di Pearson**	-0.374***
	gdl	409
	valore p	<.001
DP_Q2	**r di Pearson**	-0.385***
	gdl	409
	valore p	<.001
DP_Q3	**r di Pearson**	-0.384***
	gdl	409
	valore p	<.001
DP_Q4	**r di Pearson**	-0.289***
	gdl	409
	valore p	<.001

*Nota. * p < .05, ** p < .01, *** p < .001*

Tabella 66. Matrice di correlazione tra la sicurezza nell'apprendimento della matematica e la difficoltà percepita attribuita ai Quesiti 1, 2, 3 e 4 (rispettivamente DP_Q1, DP_Q2, DP_Q3, DP_Q4).

I valori di p per tutte le correlazioni sono inferiori a 0.001, perciò le correlazioni tra la sicurezza di poter apprendere la matematica e la difficoltà percepita risultano statisticamente significative per tutti i quesiti. Per analizzare il tipo di correlazione, in particolare la direzione e la forza della stessa, è necessario osservare il valore del coefficiente r di Pearson. Tale coefficiente presenta, nel nostro caso, sempre il segno -, il che indica una correlazione negativa: all'aumentare della sicurezza di poter apprendere la matematica, diminuisce la difficoltà percepita e viceversa. La forza della correlazione invece risulta moderata per tutti i quesiti tranne il quarto, che ha una correlazione leggermente più debole. Nel complesso, questa primissima analisi di correlazione ci permette di valutare la correlazione

specifica in oggetto (quella tra difficoltà percepita e sicurezza di poter imparare la matematica) e aggiungere un primo tassello al quadro generale, costruendo i legami della difficoltà percepita con gli altri costrutti della didattica della matematica.

6.7.5 Profilo dello studente

Finora le medie di scala sono state analizzate complessivamente in relazione al campione coinvolto nella somministrazione, con lo scopo di estrapolare delle considerazioni generali. Tuttavia, i dati raccolti ed elaborati possono essere analizzati anche in relazione al singolo studente, per trarne informazioni personalizzate e costruire quello che potrebbe essere definito un profilo dello studente in relazione alla difficoltà percepita. Infatti, analizzando le medie di scala per un singolo studente, riferite ad un singolo quesito, è possibile determinare immediatamente quali macrocategorie di fattori hanno influenzato maggiormente la sua difficoltà percepita rispetto al quesito in esame. Le macrocategorie con medie più alte sono quelle che hanno avuto maggiore influenza, mentre quelle con le medie più basse sono quelle che hanno avuto influenza minore. Facendo riferimento alle medie di scala è possibile anche confrontare le specifiche della difficoltà percepita per due diversi quesiti risolti dallo stesso studente o per due diversi studenti che hanno risolto lo stesso quesito. Inoltre, tale profilo può essere rappresentato mediante grafici radar, come quelli riportati in Figura 32, che forniscono una sintesi accessibile e immediata delle informazioni relative alle medie di scala. I grafici in figura, nello specifico, rappresentano i profili della difficoltà percepita di tre diversi studenti in relazione al Quesito 1.

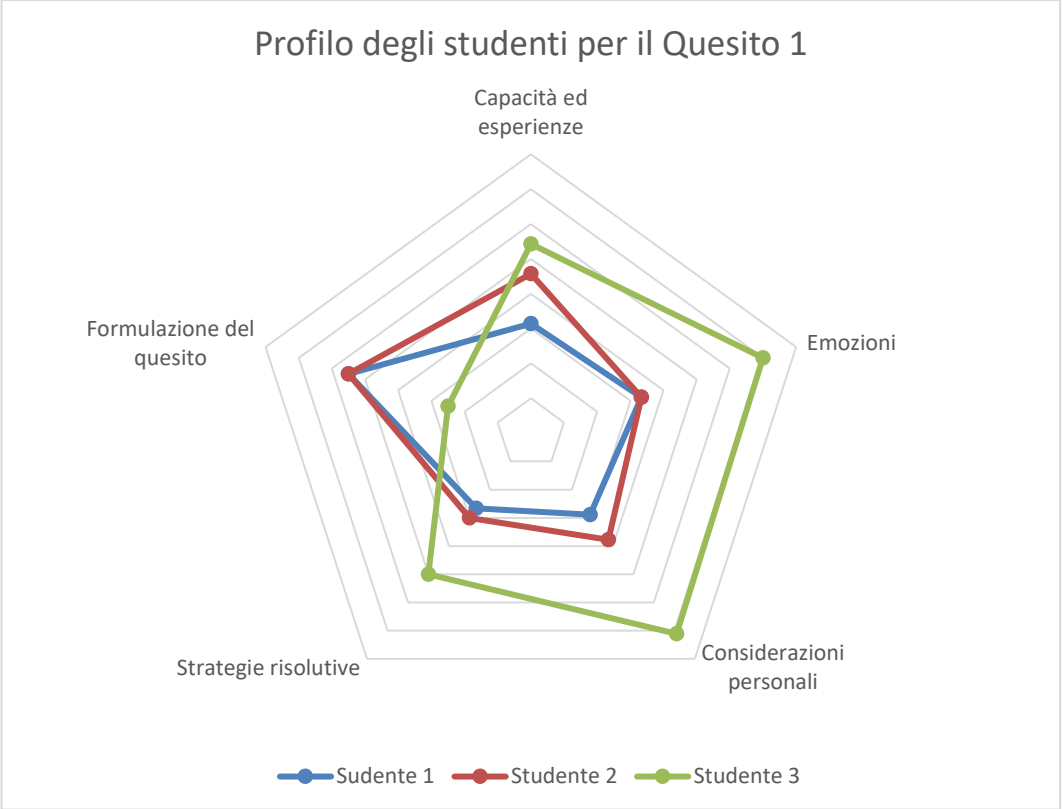


Figura 32. Esempio di grafico radar dei profili della difficoltà percepita di tre studenti rispetto al Quesito 1.

Un grafico radar, anche chiamato a ragnatela o spider plot, è un grafico bidimensionale utilizzato comunemente per confrontare diverse variabili. È composto da assi radiali che partono da un punto centrale; ogni asse rappresenta una variabile, nel nostro caso una macrocategoria. Sugli assi, i valori crescono man mano che ci si allontana dal centro. I dati vengono rappresentati segnando su ciascun asse il valore della variabile corrispondente e, successivamente, i punti rappresentanti i valori vengono connessi da linee, formando un poligono che rappresenta il profilo complessivo dei dati. Un grafico di questo tipo è estremamente utile per visualizzare e confrontare profili di soggetti diversi, o di condizioni diverse; infatti, l'area del poligono e la sua forma particolare permettono di identificare eventuali asimmetrie tra le variabili e discuterle in relazione al modello teorico. I grafici radar, inoltre, possono essere confrontati e hanno soprattutto il pregio di essere facilmente comprensibili anche senza una formazione specialistica, il che li rende adatti anche come possibile

strumento di valutazione o autovalutazione nei contesti scolastici. Ad esempio, in Figura 33, sono rappresentati i profili della difficoltà percepita di uno stesso studente rispetto ai quattro quesiti proposti nella somministrazione estesa. Dal grafico emerge che il Quesito 3 è quello che è stato percepito come meno difficile dallo studente, in quanto tutte le macrocategorie presentano medie di scala inferiori a quelle degli altri quesiti. Alcune macrocategorie hanno avuto lo stesso peso nella determinazione della difficoltà percepita rispetto a tutti i quesiti, ad esempio la macrocategoria Emozioni sembra aver avuto sempre lo stesso peso per lo studente. Nel complesso, lo studente in questione sembra avere un profilo della difficoltà percepita equilibrato, con le varie macrocategorie che assumono un peso simile nella determinazione della difficoltà percepita. Infatti, si nota che i poligoni relativi a ciascun quesito sono molto simili, ma ricoprono aree maggiori o minori a seconda della difficoltà percepita complessiva del quesito. Tuttavia, sembra che solo per i quesiti percepiti come più difficili, per lo studente assumano grande rilevanza le Considerazioni personali e le Strategie risolutive.

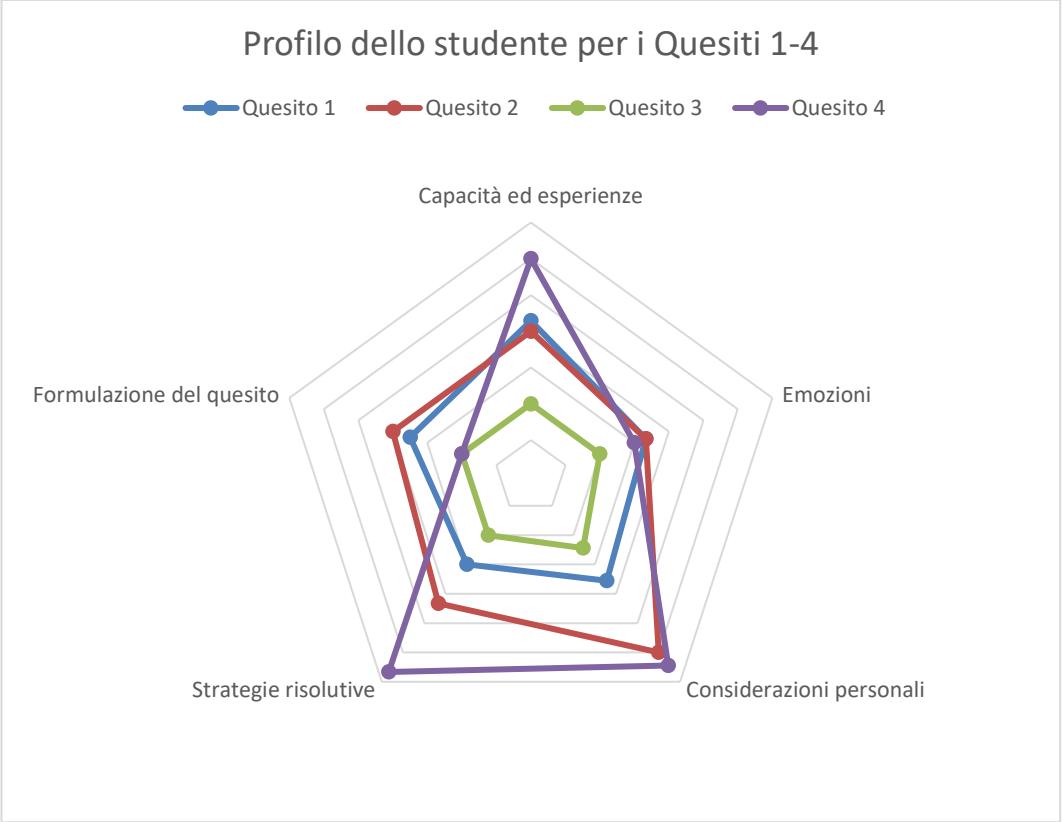


Figura 33. Profili della difficoltà percepita di uno stesso studente rispetto ai Quesiti 1-4.

La presente ricerca si è limitata a delineare il concetto di profilo dello studente in relazione alla difficoltà percepita e una sua possibile rappresentazione grafica. Allo stato attuale non sono state ancora analizzate le caratteristiche di suddetto profilo e le sue eventuali relazioni con altre caratteristiche degli studenti, quali ad esempio il genere, l'appartenenza ad uno specifico indirizzo scolastico o ad una specifica classe, il rapporto con la matematica e con l'insegnante.

Capitolo VII

Risposta alle domande di ricerca

In questo capitolo, i risultati discussi nei capitoli precedenti vengono approfonditi e contestualizzati criticamente, fornendo risposte puntuali e argomentate alle domande di ricerca, formulate nel Capitolo II. Tale approccio permette di evidenziare il contributo originale del presente studio, raccordando le evidenze empiriche con il quadro teorico e colmando il gap emerso dalla literature review.

7.1 Risposta alla DdR1

La DdR1 indaga quanto sono allineate la difficoltà e la difficoltà percepita dagli studenti rispetto a un quesito difficile di ambito geometrico. Per fornire risposta a tale domanda è necessario effettuare un confronto tra la difficoltà oggettiva dei quesiti e la difficoltà percepita dagli studenti rispetto agli stessi.

Dai dati emerge un quadro articolato, caratterizzato da due principali evidenze, ovvero una discrepanza tra difficoltà oggettiva e difficoltà percepita a livello complessivo, considerando l'intero campione, e invece un allineamento sostanziale a livello micro, su scala individuale. Infatti, nel complesso, la difficoltà oggettiva e la difficoltà percepita non sembrano allineate: basti pensare al Quesito 1, valutato mediamente come il più difficile sebbene nella presente somministrazione sia quello con la percentuale maggiore di risposte corrette e su scala nazionale fosse risultato il secondo quesito più facile, tra i quattro. Questa situazione di disallineamento a livello macro, trova un riscontro diverso a livello micro, infatti, gli studenti che rispondono correttamente ai quesiti li percepiscono come più facili rispetto agli studenti che forniscono una risposta errata. In altre parole, difficoltà percepita e difficoltà oggettiva dei quesiti geometrici presi in esame risultano in generale abbastanza allineate, se non per pochi *outliers*, ovvero studenti che pur rispondendo correttamente giudicano il quesito come molto difficile e viceversa, che risultano avere una forte

influenza sui risultati complessivi. Inoltre, gli studenti indipendentemente dal fatto che forniscano risposta corretta o meno ai quesiti, tendono a sottostimarne la difficoltà, a causa di motivazioni che è necessario approfondire.

7.2 Risposta alla DdR2

Per rispondere alla DdR2 è necessario analizzare il peso di ciascuna macrocategoria nella determinazione della difficoltà percepita dei vari quesiti proposti. Sostanzialmente, ci si è proposti di indagare più a fondo la difficoltà percepita per comprendere se esistano delle differenze nelle medie dei punteggi di ciascuna delle cinque macrocategorie, tenendo presente che la somministrazione è stata ripetuta per ogni quesito.

I risultati analizzati e discussi nel paragrafo 6.7.2 evidenziano una gerarchia tra le macrocategorie: il peso maggiore sulla difficoltà percepita dagli studenti è esercitato dalla macrocategoria Considerazioni personali, seguita da Capacità ed esperienze ed Emozioni che risultano avere un peso equivalente. Al contrario, le macrocategorie Strategie risolutive e Formulazione del quesito sembrano avere un'influenza più marginale, suggerendo che i fattori soggettivi abbiano più influenza dei fattori oggettivi nella determinazione della difficoltà percepita. In altre parole, le diverse macrocategorie di fattori contribuiscono in modo diverso alla definizione della difficoltà percepita dallo studente, assumendo quindi un diverso peso relativo. Inoltre, il peso di ciascuna macrocategoria non è statico ma varia a seconda del quesito. Ciò indica che la difficoltà percepita è fortemente legata al contesto: a seconda del quesito e di cosa lo studente vede in esso, egli attiva risorse emotive e cognitive differenti, che si riflettono poi nella sua difficoltà percepita.

7.3 Risposta alla DdR3

Per rispondere alla DdR3 è necessario aggiungere un livello di complessità all'analisi relativa alla difficoltà percepita svolta fino ad ora, ovvero il genere.

Dall'analisi dei dati emerge che studenti e studentesse condividono la medesima struttura gerarchica delle macrocategorie di fattori che influenzano la difficoltà percepita. Infatti, per entrambi i gruppi, la macrocategoria più importante è quella delle Considerazioni personali, mentre quella meno rilevante è la Formulazione del quesito. Tuttavia, vi è una differenza significativa nell'intensità della percezione: le studentesse hanno percepito i quesiti proposti come mediamente più difficili rispetto agli studenti, attribuendo valori di difficoltà percepita più elevati in generale e ottenendo medie di scala maggiori rispetto agli studenti per quasi tutte le macrocategorie.

Quindi, esistono delle differenze nella difficoltà percepita da studenti e studentesse che si manifestano non tanto nella natura della difficoltà percepita quanto piuttosto nella sua intensità. È però necessario sottolineare che l'effetto complessivo del genere risulta piccolo, il che indica che pur esistendo una differenza nella difficoltà percepita da studenti e studentesse, il genere non è il fattore primario che la spiega.

Capitolo VIII

Limitazioni, prospettive future e conclusioni

Nel presente capitolo vengono discusse le principali limitazioni della ricerca condotta e, al contempo, evidenziate le direzioni promettenti per eventuali sviluppi futuri del lavoro svolto. In particolare, vengono esaminati i limiti legati al disegno della ricerca, alla costruzione degli strumenti di raccolta dati e al campione coinvolto, aspetti che influiscono sulla solidità e sulla possibilità di generalizzare i risultati ottenuti.

In primo luogo, la costruzione e validazione degli strumenti ha risentito dei limiti dovuti a tempo e risorse. Si è già sottolineata la necessità di revisionare il questionario relativo al rapporto con la matematica nella versione ridotta e tradotta, in quanto alcuni item hanno mostrato una scarsa efficacia nel contesto oggetto della ricerca e devono quindi essere riformulati o esclusi. Di conseguenza, la validazione cross-culturale dello strumento è ancora in corso e, nell'analisi dei dati svolta nella presente ricerca, sono state utilizzate solo le scale apparse più solide. Anche il questionario relativo alla difficoltà percepita rispetto a un quesito ha mostrato alcuni aspetti che necessitano di essere rivisti. Gli item che sono risultati ambigui sono stati discussi e, in alcuni casi, esclusi dall'analisi in attesa di essere riformulati e riproposti in una nuova somministrazione. Ad esempio, rientrano in questa categoria uno degli item sulle esperienze pregresse ed entrambi gli item relativi alla tipologia di quesito. Inoltre, l'esclusione degli item non applicabili effettuata sulla base delle opinioni del gruppo di ricerca risulta inevitabilmente basata sull'arbitrarietà e su giudizi soggettivi. Pertanto, potrebbe essere opportuno valutare una procedura alternativa, oppure definire delle versioni diverse del questionario sulla base delle diverse caratteristiche dei quesiti proposti, anche in relazione a quanto emerso dalla CFA.

Rispetto alla stessa CFA svolta in relazione a ciascun quesito, uno sviluppo naturale sarebbe lo svolgimento di una ulteriore CFA sugli item che

hanno funzionato per tutti e quattro i quesiti e non sono mai stati esclusi. Infatti, l'aspetto metodologico relativo all'esclusione dei quesiti deve essere considerato con attenzione in quanto, escludere item dall'analisi relativa solo ad alcuni quesiti, determina di fatto la creazione di una versione unica del questionario. Ciò garantisce la flessibilità dello strumento ma non permette, di fatto, di validare la scala di misurazione in tutti i contesti. Inoltre, l'approccio adottato suggerisce che il costrutto esaminato possa avere una validità fortemente condizionata dal contesto: gli stessi item sembrano funzionare diversamente e con diversa sensibilità a seconda del quesito a cui sono abbinati, al di là della mera applicabilità o non applicabilità. Questo suggerisce che il questionario sulla difficoltà percepita non sia composto da scale standard, ma piuttosto da misure contestualizzate, risultando quindi simile a un set di indicatori molto legati al quesito in abbinamento al quale vengono proposti. In quest'ottica si inserisce, come detto, la possibilità di selezionare un nucleo di item che sembrano funzionare bene in relazione a tutti e quattro i quesiti proposti e svolgere una nuova CFA solo su suddetti item. Questo consentirebbe di selezionare un nucleo strutturalmente stabile che potrebbe fungere da base del questionario, mentre gli item che hanno mostrato problemi di misurazione o saturazioni incrociate nei contesti specifici dei quesiti, è opportuno siano trattati come indicatori specifici del contesto piuttosto che come parte del questionario di base.

Nel complesso, il questionario elaborato risulta comunque uno strumento efficace per gli scopi per i quali era stato ideato, ma la sua elaborazione e revisione non può dirsi conclusa allo stato attuale. Infatti, sarebbe opportuno continuare a lavorare sugli item che si sono rivelati problematici, nell'ottica di riformularli o escluderli definitivamente, per poi svolgere una nuova somministrazione per testare gli item e la struttura generale del questionario strutturato sulla base delle cinque macrocategorie. Inoltre, le eventuali relazioni esistenti tra la difficoltà percepita, le sue caratteristiche e le caratteristiche degli studenti sono state

appena accennate; pertanto, sarebbe interessante proseguire le ricerche in questa direzione in modo da chiarire ed evidenziare i legami presenti.

Tra le limitazioni relative alle somministrazioni svolte, è necessario menzionare innanzitutto la scelta dei campioni. Infatti, l'ampiezza e le caratteristiche dei campioni selezionati per il pre-test e per la somministrazione estesa, circoscrivono la portata dei risultati. Avendo selezionato in entrambi i casi dei campioni non rappresentativi e in alcuni casi sbilanciati, è necessaria cautela nella generalizzazione dei risultati ottenuti. In tale ottica, sarebbe auspicabile svolgere ulteriori studi coinvolgendo campioni più ampi e soprattutto rappresentativi e maggiormente diversificati, includendo scuole di diverso indirizzo e differente locazione geografica. Ricerche successive, inoltre, potrebbero ampliare la scelta dei quesiti analizzando la difficoltà percepita anche nei restanti ambiti della matematica, per costruire un quadro più completo e non limitato alla sola geometria.

La principale ricaduta didattica della ricerca è la possibilità di costruire e analizzare quello che abbiamo definito profilo dello studente in relazione alla difficoltà percepita. Tale profilo, infatti, consente allo studente di prendere coscienza dei propri punti di forza e debolezza rispetto alla propria percezione di difficoltà e consente di lavorare sull'autovalutazione e sulla consapevolezza di sé, anche ampliata al di fuori dell'ambito strettamente matematico. D'altro canto, il profilo dello studente risulta uno strumento utile anche per l'insegnante, in quanto permette di visualizzare degli aspetti che non sempre è semplice indagare e far emergere, come dimostrato anche dai risultati degli studi qualitativi precedenti, facendo riferimento alle macrocategorie, dimensioni di riferimento per indagare la difficoltà percepita. Inoltre, se il profilo dello studente fornisce informazioni per lavorare su una didattica fortemente personalizzata, è altresì possibile espandere l'uso dello strumento effettuando confronti tra i profili degli studenti di una stessa classe, così da poter indirizzare gli interventi

preparando una programmazione coerente con le caratteristiche reali della classe.

Nel complesso, la ricerca presentata ha permesso di analizzare il costrutto della difficoltà percepita da un punto di vista quantitativo, sviluppando uno strumento che può essere utilizzato come base per future somministrazioni. La difficoltà percepita di quesiti geometrici difficili è stata analizzata dal punto di vista degli studenti, confrontandola con la difficoltà oggettiva degli stessi, concludendo che vi è in generale accordo tra le due, sebbene la difficoltà percepita venga spesso sottostimata.

Analizzando il peso delle macrocategorie nella determinazione della difficoltà percepita di ciascun quesito è emerso che le macrocategorie incidono in modo diverso sulla difficoltà percepita dagli studenti. La macrocategoria più influente è risultata essere Considerazioni personali, seguita da Capacità ed esperienze ed Emozioni, che hanno un peso simile. La macrocategoria Formulazione del quesito è apparsa invece meno influente delle altre. Inoltre, è stato evidenziato che, in minima parte, il peso delle macrocategorie varia anche in funzione del quesito considerato.

Sono state poi analizzate le eventuali differenze nella difficoltà percepita da studenti e studentesse, concludendo che non vi è una differenza statisticamente significativa nella difficoltà percepita a livello quantitativo, ma vi è una differenza significativa nelle macrocategorie di fattori che la influenzano per i due gruppi. Nello specifico, le macrocategorie che hanno maggiore e minore influenza sulla difficoltà percepita per i due gruppi sono le stesse, ma cambia l'intensità dell'effetto.

Infine, sono stati esposti i primi risultati relativi alla correlazione della difficoltà percepita con le caratteristiche degli studenti, nello specifico con un aspetto particolare del rapporto con la matematica: la sicurezza nell'apprendimento della matematica. Tali risultati devono essere considerati come il primo passo di analisi maggiormente diversificate, condotte allo scopo di integrare la difficoltà percepita con gli altri costrutti propri della didattica della matematica.

Bibliografia

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Bandura, A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational Psychologist, 28*(2), 117–148. https://doi.org/10.1207/s15326985ep2802_3

Barbaranelli, C., & Natali, E. (2005). *I test psicologici: teorie e modelli psicometrici*. Carocci.

Bieleke, M., Goetz, T., Yanagida, T. *et al.* Measuring emotions in mathematics: the Achievement Emotions Questionnaire—Mathematics (AEQ-M). *ZDM Mathematics Education, 55*, 269–284 (2023). https://doi.org/10.1007/s11858-022-01425-8

Bolondi, G., Branchetti, L., & Giberti, C. (2018). A quantitative methodology for analyzing the impact of the formulation of a mathematical item on students learning assessment. *Studies in Educational Evaluation, 58*, 37–50. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2018.05.002

Bolondi, G., Cascella, C., & Giberti, C. (2017). Highlights on gender gap from Italian standardized assessment in mathematics. In J. Novotná & H. Moraová (Eds.), *Equity and diversity in elementary mathematics education: Proceedings of the International Symposium Elementary Maths Teaching – SEMT 17* (pp. 81–90). Charles University, Faculty of Education.

Bolondi, G., Ferretti, F., & Giberti, C. (2018). Didactic contract as a key to interpreting gender differences in maths [Il contratto didattico come una chiave di lettura per interpretare le differenze di genere in matematica]. *Journal of Educational, Cultural and Psychological Studies, 18*, 415–435. https://doi.org/10.7358/ecps-2018-018-bolo

Brown, T. A. (2006). *Confirmatory Factor Analysis for Applied Research*. Guilford Press.

Camarer, C., Loewenstein, G., & Weber, M. (1989). The Curse of Knowledge in economic settings: An experimental analysis. *Journal of Political Economy, 97*, 1232–1254. https://doi.org/10.1086/261651

Casalvieri, C., Gambini, G., Spagnolo, C., & Viola, G. (2023). The concept of derivatives through eye-tracker analysis. In *CSEDU 2023 Proceedings of the 15th International Conference on Computer Supported Education (CSEDU 15) – Volume 2* (pp. 378–385). Scitepress.

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient Alpha and the Internal Structure of Tests. *Psychometrika*, *16*(3), 297-334. https://doi.org/10.1007/BF02310555

Contini, D., Di Tommaso, M. L., & Mendolia, S. (2017). The gender gap in mathematics achievement: Evidence from Italian data. *Economics of Education Review, 58*, 32–42. https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2017.03.001

Corbetta, P. (2015). *La ricerca sociale: metodologia e tecniche*. Volume II. Le tecniche quantitative. Il Mulino

Creswell, J. W., & Creswell, J. D. (2018). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (5th ed.). SAGE Publications.

Creswell, J. W., & Plano Clark, V. L. (2011). *Designing and conducting mixed methods research* (2nd ed.). SAGE Publications.

Creswell, J. W., Plano Clark, V. L., Gutmann, M. L., & Hanson, W. E. (2003). Advanced mixed methods research designs. In A. Tashakkori & C. Teddlie (Eds.), *Handbook of mixed methods in social and behavioral research* (pp. 209–240). SAGE Publications.

Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston.

Dawson, P., Yan, Z., Lipnevich, A., Tai, J., Boud, D., & Mahoney, P. (2024). *Measuring what learners do in feedback: The feedback literacy behaviour scale*. Assessment & Evaluation in Higher Education, *49*(3), 348–362. https://doi.org/10.1080/02602938.2023.2240983

Di Martino, P., & Zan, R. (2010). "Me and maths": Towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education, 13*(1), 27–48. https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z

Doz, E., Cuder, A., Pellizzoni, S., Carretti, B., & Passolunghi, M. C. (2023). Arithmetic word problem-solving and math anxiety: The role of perceived difficulty and gender. *Journal of Cognition and Development*, *24*(4), 598–616. https://doi.org/10.1080/15248372.2023.2186692

Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2020). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. *Contemporary Educational Psychology, 61*, Article 101859. https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101859

Efklides, A. (2002). Feelings and judgments as subjective evaluations of cognitive processing: How reliable are they? *Psychology: The Journal of the Hellenic Psychological Society, 9*(2), 163–184. https://doi.org/10.12681/psy_hps.24059

Efklides, A. (2011). Interactions of metacognition with motivation and affect in self-regulated learning: The MASRL model. *Educational Psychologist, 46*(1), 6–25. https://doi.org/10.1080/00461520.2011.538645

Efklides, A., Papadaki, M., Papantoniou, G., & Kiosseoglou, G. (1998). Individual differences in feelings of difficulty: The case of school mathematics. *European Journal of Psychology of Education, 13*(2), 207–226. https://doi.org/10.1007/BF03173090

Efklides, A., Samara, A., & Petropoulou, M. (1999). Feeling of difficulty: An aspect of monitoring that influences control. *European Journal of*

Psychology of Education, 14(4), 461–476. https://doi.org/10.1007/BF03172973

Efklides, A., & Touroutoglou, A. (2010). Cognitive interruption as an object of metacognitive monitoring: Feeling of difficulty and surprise. In A. Efklides. & P. Misailidi (Eds.), *Trends and Prospects in Metacognition Research* (pp. 171–208). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6546-2_6

Ekman, P. (1992). An argument for basic emotions. *Cognition and Emotion, 6*(3–4), 169–200. https://doi.org/10.1080/02699939208411068

Epstein, J., Santo, R. M., & Guillemin, F. (2015). A Review of Guidelines for Cross-Cultural Adaptation of Questionnaires Could Not Bring Out a Consensus. *Journal of Clinical Epidemiology, 68,* 435-441. https://doi.org/10.1016/j.jclinepi.2014.11.021

Facciaroni, L., Gambini, A., & Mazza, L. (2023). The difficulties in geometry: A quantitative analysis based on results of mathematics competitions in Italy. *European Journal of Science and Mathematics Education, 11*(2), 259–270. https://doi.org/10.30935/scimath/12590

Faggiano, E., Monaco, A., Rizzo, O. G., & Vaccaro, V. (2023). An exploratory study on the connection between INVALSI assessment and mathematics teaching-learning processes at the primary school level. In P. Falzetti (Ed.), *The school and its protagonists: The teachers* (pp. 9–23). Franco Angeli.

Fennema, E., & Sherman, J. A. (1976a). Fennema-Sherman mathematics attitude scale: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by females and males. *Journal for Research in Mathematics Education*, *7*(5), 324–326. https://doi.org/10.2307/748467

Ferrara, F., Ferrari, G., Robutti, O., Contini, D., & Di Tommaso, M. L. (2021). When gender matters: A study of gender differences in mathematics. In M. Inprasitha, N. Changsri, & N. Boonsena (Eds.),

Proceedings of the 44th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2 (pp. 255–263). PME.

Ferretti, F., & Giberti, C. (2021). The properties of powers: Didactic contract and gender gap. *International Journal of Science and Mathematics Education, 19*(8), 1717–1735. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10130-5

Ford, C. J., & Usher, E. L. (2025). The power of perception: Early adolescents' perceived mastery after a novel math task. *Social Psychology of Education, 28*, 132. https://doi.org/10.1007/s11218-025-10087-9

Forgasz, H. J., Leder, G. C., & Gardner, P. L. (1999). The Fennema-Sherman Mathematics as a Male Domain scale reexamined. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(3), 342–348. https://doi.org/10.2307/749839

Giberti, C. (2019). Differenze di genere in matematica: dagli studi internazionali alla situazione italiana. *Didattica Della Matematica. Dalla Ricerca Alle Pratiche d'aula*, (5), 44–69. https://doi.org/10.33683/ddm.18.5.2

Giberti, C., Zivelonghi, A., & Bolondi, G. (2016). Gender differences and didactic contract: Analysis of two INVALSI tasks on power properties. In C. Csíkos, A. Rausch, & J. Szitányi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2* (pp. 275–282). PME.

Gjersing, L., Caplehorn, J. R., & Clausen, T. (2010). Cross-cultural adaptation of research instruments: Language, setting, time and statistical considerations. *BMC Medical Research Methodology, 10*, 13. https://doi.org/10.1186/1471-2288-10-13

Hannula, M. S. (2015). Emotions in problem solving. In S. J. Cho (Ed.), *Selected regular lectures from the 12th International Congress on*

Mathematical Education (pp. 269–288). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_16

Hart, L. C., Smith, S. Z., Swars, S. L., & Smith, M. E. (2009). An Examination of Research Methods in Mathematics Education (1995-2005). *Journal of Mixed Methods Research*, *3*(1), 26-41. https://doi.org/10.1177/1558689808325771

Hellmann, K., & Nuckles, M. (2013). Expert blind spot in pre-service and in-service mathematics teachers: Task design moderates overestimation of novices' performance. In M. Knauff, M. Pauen, N. Sebanz, & I. Wachsmuth (Eds.), *Proceedings of the 35th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2518–2523). Cognitive Science Society.

Hellwig, L., & Geisler, S. (2024). Prompts in math problems: Are proof tasks considered more difficult by university students? In T. Evans, O. Marmur, J. Hunter, & G. Leach (Eds.), *Proceedings of the 47th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (Vol. 3, pp. 17–24). PME.

Heider, F. (1958). *The psychology of interpersonal relations*. John Wiley & Sons Inc. https://doi.org/10.1037/10628-000

Hinds, P. J. (1999). The curse of expertise: The effects of expertise and debiasing methods on predictions of novice performance. *Journal of Experimental Psychology: Applied,* *5*(2), 205–221. https://doi.org/10.1037/1076-898X.5.2.205

Hinkin, T. R. (1998). A Brief Tutorial on the Development of Measures for Use in Survey Questionnaires. *Organizational Research Methods*, *1*(1), 104-121. https://doi.org/10.1177/109442819800100106

INVALSI. (2011). *Rapporto tecnico prove INVALSI 2011*. https://serviziostatistico.invalsi.it/rapporti-nazionali

INVALSI. (2017). *Rapporto tecnico prove INVALSI 2017*. https://serviziostatistico.invalsi.it/rapporti-nazionali

INVALSI. (2018). *I livelli per la descrizione degli esiti delle prove INVALSI*. https://serviziostatistico.invalsi.it/rapporti-nazionali

INVALSI. (2019a). *Descrittori analitici dei livelli INVALSI – MATEMATICA*. *https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=g10_descrittori_qualitatitvi*

INVALSI. (2019b). *Rapporto nazionale prove INVALSI 2019*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi

INVALSI. (2019c). *Rapporto tecnico prove INVALSI 2018*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/docs/2019/Parte_I_capitolo_2_aspetti_metodologici_CBT_2018.pdf

INVALSI. (2021). *Rapporto nazionale prove INVALSI 2021*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi

INVALSI. (2022). *Rapporto nazionale prove INVALSI 2022*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi

INVALSI. (2023). *Rapporto nazionale prove INVALSI 2023*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi

INVALSI. (2024a). *Rapporto nazionale IEA TIMSS 2023*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=iea_timss_2023_risultati

INVALSI. (2024b). *Rapporto nazionale prove INVALSI 2024*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi

INVALSI. (2025). *Rapporto nazionale prove INVALSI 2025*. https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi

Johns, R. (2005). One Size Doesn't Fit All: Selecting Response Scales For Attitude Items. *Journal of Elections, Public Opinion and Parties*, *15*(2), 237–264. https://doi.org/10.1080/13689880500178849

Johnson, R. B., & Onwuegbuzie, A. J. (2004). Mixed Methods Research: A Research Paradigm Whose Time Has Come. *Educational Researcher*, *33*(7), 14-26. https://doi.org/10.3102/0013189X033007014

Jupri, A., Drijvers, P., & van den Heuvel-Panhuizen, M. (2014). Difficulties in initial algebra learning in Indonesia. *Mathematics Education Research Journal, 26*, 683–710. https://doi.org/10.1007/s13394-013-0097-0

Kanny, M., Sax, L., & Riggers-Pieh, T. (2014). Investigating forty years of STEM research: How explanations for the gender gap have evolved over time. *Journal of Women and Minorities in Science and Engineering, 20*(2), 127–148. https://doi.org/10.1615/jwomenminorscieneng.2014007246

Kelle, U., & Buchholtz, N. (2015). The combination of qualitative and quantitative research methods in mathematics education: A "mixed methods" study on the development of the professional knowledge of teachers. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education* (pp. 321–361). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_12

Kelley, T. L. (1927). *Interpretation of educational measurements*. World Book.

Kukla, A. (1972). Foundations of an attributional theory of performance. *Psychological Review, 79*(6), 454–470. https://doi.org/10.1037/h0033494

Lawson, K. M., & Robins, R. W. (2021). Sibling constructs: What are they, why do they matter, and how should you handle them? *Personality and Social Psychology Review, 25*(4), 344–366. https://doi.org/10.1177/10888683211047101

Le Hebel, F., Tiberghien, A., Montpied, P., & Fontanieu, V. (2019). Teacher prediction of student difficulties while solving a science inquiry task: Example of PISA science items. *International Journal of Science Education, 41*(11), 1517–1540. https://doi.org/10.1080/09500693.2019.1615150

Lee, F. L., & Heyworth, R. M. (2000). Problem complexity: A measure of problem difficulty in algebra by using computer. *Education Journal, 28*(1), 85–107.

Lehman, B., D'Mello, S., & Person, N. (2008). *All alone with your emotions: An analysis of student emotions during effortful problem solving activities* [Workshop on Emotional and Cognitive issues in ITS]. Ninth International Conference on Intelligent Tutoring Systems ITS 2008, Montreal, Canada.

Leuders, T., Dörfler, T., Leuders, J., & Philipp, K. (2018). Diagnostic competence of mathematics teachers: Unpacking a complex construct. In T. Leuders, K. Philipp, & J. Leuders (Eds.), *Diagnostic competence of mathematics teachers* (Vol. 11, pp. 3–22). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_1

Loibl, K., Leuders, T., & Dörfler, T. (2020). A framework for explaining teachers' diagnostic judgements by cognitive modeling (DiaCoM). *Teaching and Teacher Education, 91*, 103059. https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103059

Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: Theoretical background and procedures. In A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping, & N. Presmeg (Eds.), *Approaches to qualitative research in mathematics education. Examples of methodology and methods* (pp. 365–380). Springer.

McLeod, D. B. (1988). Affective issues in mathematical problem solving: Some theoretical considerations. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(2), 134–141. https://doi.org/10.2307/749407

McLeod, D.B. (1992). Research on Affect in Mathematics Education: A Reconceptualization. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 575–596). Macmillan Publishing Company.

Mehrens, W. A., & Lehmann, I. J. (1991). *Measurement and evaluation in education and psychology*. Holt, Rinehart & Winston.

Messick, S. (1995). Validity of psychological assessment: Validation of inferences from persons' responses and performances as scientific inquiry into score meaning. *American Psychologist, 50*(9), 741–749. https://doi.org/10.1037/0003-066X.50.9.741

Mills, J., Bonner, A., & Francis, K. (2006). The development of constructivist grounded theory. *International Journal of Qualitative Methods, 5*(1), 25–35. https://doi.org/10.1177/160940690600500103

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2010a). *Indicazioni nazionali per i licei*.

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2010b). *Linee guida per il passaggio al nuovo ordinamento degli istituti tecnici*.

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca. (2010c). *Linee guida per il passaggio al nuovo ordinamento degli istituti professionali*.

Morse, J. M. (1991). Approaches to Qualitative & Quantitative Methodological Triangulation. *Nursing Research*, *40*, 120-123. https://doi.org/10.1097/00006199-199103000-00014

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D. L., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 International Results in Mathematics and Science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. https://timssandpirls.bc.edu/timss2019/international-results/

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., & von Davier, M. (Eds.). (2021). *TIMSS 2023 assessment frameworks*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. https://timssandpirls.bc.edu/timss2023

Myers, K. K., & Oetzel, J. G. (2003). Exploring the dimensions of organizational assimilation: Creating and validating a measure. *Communication Quarterly*, *51*(4), 438–457. https://doi.org/10.1080/01463370309370166

Nathan, M. J., & Koedinger, K. R. (2000). An investigation of teachers' beliefs of students' algebra development. *Cognition and Instruction, 18*, 209–237. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI1802_03

Nathan, M. J., & Petrosino, A. (2003). Expert blind spot among preservice teachers. *American Educational Research Journal, 40*(4), 905–928. https://doi.org/10.3102/00028312040004905

Nicchiotti, B., Paternoster, I., & Spagnolo, C. (in pubblicazione). Decoding emotions in relation to perceived difficulty: how primary students engage with mathematical tasks. In *Proceedings CERME14*.

Nicchiotti, B., Saccoletto, M., & Spagnolo, C. (in pubblicazione). Overview regarding factors influencing perceived difficulty of a mathematical task. In *Proceedings ICME15*.

Nicchiotti, B., & Spagnolo, C. (2024a). Comparison between students and teachers' perceived difficulty of a mathematical task: An introductive investigation. In L. Björklund Boistrup & B. Di Paola (Eds.), *Proceedings of CIEAEM 74* (pp. 229–237). Quaderni di Ricerca in Didattica

Nicchiotti, B., & Spagnolo, C. (2024b). Gender differences in relation to perceived difficulty of a mathematical task. In T. Evans, O. Marmur, J. Hunter, G. Leach, & J. Jhagroo (Eds.), *Proceedings of the 47th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 257–264). PME.

Nicchiotti, B., & Spagnolo, C. (2024c). Perceived difficulty of a mathematical task: Do teachers and students have a common view? *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education, 12*(4), 11. https://doi.org/10.31129/LUMAT.12.4.2235

Nunnally, J. C. (1978). *Psychometric Theory* (2nd ed.). McGraw-Hill

Nuutila, K., Tapola, A., Tuominen, H., Molnar, G., & Niemivirta, M. (2021). Mutual relationships between the levels of and changes in interest, self-efficacy, and perceived difficulty during task engagement. *Learning and Individual Differences*, *92*, Article 102090. https://doi.org/10.1016/j.lindif.2021.102090

OECD. (2019). *PISA 2018 Results (Volume II): Where All Students Can Succeed*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/b5fd1b8f-en

OECD. (2023). *PISA 2022 Results (Volume I): The State of Learning and Equity in Education*. OECD Publishing. https://doi.org/10.1787/53f23881-en

Onwuegbuzie, A.J., & Collins, K.M.T. (2007). A Typology of Mixed Methods Sampling Designs in Social Science Research. *The Qualitative Report*, *12*, 281-316

Ostermann, A. (2018). Factors influencing the accuracy of diagnostic judgments. In T. Leuders, K. Philipp, & J. Leuders (Eds.), *Diagnostic Competence of Mathematics Teachers. Mathematics Teacher Education, vol. 11* (pp. 95–108). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-66327-2_5

Ostermann, A., Leuders, T., & Nückles, M. (2018). Improving the judgment of task difficulties: Prospective teachers' diagnostic competence in the area of functions and graphs. *Journal of Mathematics Teacher Education, 21*, 579–605. https://doi.org/10.1007/s10857-017-9369-z

Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and

practice. *Educational Psychology Review, 18*(4), 315–341. https://doi.org/10.1007/s10648-006-9029-9

Pekrun, R. (2011). Emotions as Drivers of Learning and Cognitive Development. In R. A. Calvo, & S. K. D'Mello (Eds.), *New Perspectives on Affect and Learning Technologies* (pp. 23–39). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9625-1_3

Pekrun, R. (2024). Overcoming fragmentation in motivation science: Why, when, and how should we integrate theories? *Educational Psychology Review, 36*, 27. https://doi.org/10.1007/s10648-024-09846-5

Pekrun, R., Marsh, H. W., Elliot, A. J., Stockinger, K., Perry, R. P., Vogl, E., Goetz, T., van Tilburg, W. A. P., Lüdtke, O., & Vispoel, W. P. (2023). A three-dimensional taxonomy of achievement emotions. *Journal of Personality and Social Psychology, 124*(1), 145–178. https://doi.org/10.1037/pspp0000448

Radmehr, F., & Drake, M. (2017). Exploring students' mathematical performance, metacognitive experiences and skills in relation to fundamental theorem of calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48*(7), 1043–1071. https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1305129

Rasch, G. (1960). *Studies in mathematical psychology: I. Probabilistic models for some intelligence and attainment tests*. Nielsen & Lydiche.

Rieu, A., Leuders, T., & Loibl, K. (2022). Teachers' diagnostic judgments on tasks as information processing – The role of pedagogical content knowledge for task diagnosis. *Teaching and Teacher Education, 111*, 103621. https://doi.org/10.1016/j.tate.2021.103621

Saccoletto, M., & Spagnolo, C. (2022). Students' perceived difficulty of mathematical tasks: An investigation on influencing factors. *Didactica Mathematicae Journal, 44*, 59–79. https://doi.org/10.14708/dm.v44i1.7181

Sachs, J., & Leung, S. O. (2007). Shortened versions of Fennema-Sherman Mathematic Attitude Scales employing trace information. *Psychologia: An International Journal of Psychology in the Orient, 50*(3), 224–235. https://doi.org/10.2117/psysoc.2007.224

Schmitz, B., & Skinner, E. (1993). Perceived control, effort, and academic performance: Interindividual, intraindividual, and multivariate time-series analyses. *Journal of Personality and Social Psychology, 64*(6), 1010–1028. https://doi.org/10.1037/0022-3514.64.6.1010

Schuessler, K., Fischer, V., & Walpuski, M. (2025). Investigating construct validity of cognitive load measurement using single-item subjective rating scales. *Instructional Science, 53*, 71–97. https://doi.org/10.1007/s11251-024-09692-6

Schukajlow, S., Rakoczy, K., & Pekrun, R. (2023). Emotions and motivation in mathematics education: Where we are today and where we need to go. *ZDM – Mathematics Education*, *55*(2), 249–267. https://doi.org/10.1007/s11858-022-01463-2

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4–14. https://doi.org/10.2307/1175860

Sousa, V. D., & Rojjanasrirat, W. (2011). Translation, adaptation and validation of instruments or scales for use in cross-cultural health care research: a clear and user-friendly guideline. *Journal of evaluation in clinical practice*, *17*(2), 268–274. https://doi.org/10.1111/j.1365-2753.2010.01434.x

Spagnolo, C. (2025). Perceived difficulty in mathematics education. In Cornejo, C., Felmer, P., Gómez, D. M., Dartnell, P., Araya, P., Peri, A., & Randolph, V. (Eds.), *Proceedings of the 48th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education: Research Reports, Vol. 2*. (pp. 299–306). PME.

Spagnolo, C., & Saccoletto, M. (2023). How students view the difficulty of mathematical tasks: Factors that influence their perceptions. In P. Drijvers, C. Csapodi, H. Palmér, K. Gosztonyi, & E. Kónya (Eds.), *Proceedings of the Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (pp. 1498–1506). Alfréd Rényi Institute of Mathematics and ERME.

Street, K. E. S., Malmberg, L. E., & Stylianides, G. J. (2017). Level, strength, and facet-specific self-efficacy in mathematics test performance. *ZDM Mathematics Education, 49*, 379–395. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0833-0

Sweller, J., van Merriënboer, J. J. G., & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review, 10*(3), 251–296. https://doi.org/10.1023/A:1022193728205

Taber, K. S. (2018). The use of Cronbach's alpha when developing and reporting research instruments in science education. *Research in Science Education, 48*(6), 1273–1296. https://doi.org/10.1007/s11165-016-9602-2

Thorndike, E. L. (1904). *Theory of mental and social measurements*. The Science Press. https://doi.org/10.1037/13283-000

Urhahne, D., & Wijnia, L. (2021). A review on the accuracy of teacher judgments. *Educational Research Review, 32*, 100374. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2020.100374

van de Watering, G., & van der Rijt, J. (2006). Teachers' and students' perceptions of assessments: A review and a study into the ability and accuracy of estimating the difficulty levels of assessment items. *Educational Research Review, 2*(1), 133–147. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2006.05.001

van den Heuvel-Panhuizen, M., Middleton, J. A., & Streefland, L. (1995). Student-generated problems: Easy and difficult problems on percentage. *For the Learning of Mathematics, 15*(3), 21–27.

Van Steenbrugge, H., Valcke, M., & Desoete, A. (2010). Mathematics learning difficulties in primary education: Teachers' professional knowledge and the use of commercially available learning packages. *Educational Studies, 36*(1), 59–71. https://doi.org/10.1080/03055690903148639

Vicente, S., Orrantia, J., & Verschaffel, L. (2007). Influence of situational and conceptual rewording on word problem solving. *British Journal of Educational Psychology, 77*(4), 829–848. https://doi.org/10.1348/000709907X178200

von Davier, M., Kennedy, A., Reynolds, K., Fishbein, B., Khorramdel, L., Aldrich, C., Bookbinder, A., Bezirhan, U., & Yin, L. (2024). *TIMSS 2023 International Results in Mathematics and Science*. Boston College, TIMSS & PIRLS International Study Center. https://doi.org/10.6017/lse.tpisc.timss.rs6460

Zan, R., Brown, L., Evans, J., & Hannula, M. (2006). Affect in mathematics education: An introduction. *Educational Studies in Mathematics, 63*(2), 113–121. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9028-2

Appendice A

Si riporta di seguito il questionario somministrato agli studenti per il pre-test.

Pretest Questionario studenti

Caro studente, cara studentessa,
ti invitiamo a compilare il seguente questionario sulla base della tua esperienza e delle tue opinioni. Le risposte ci saranno utili per portare avanti una ricerca sul tema della difficoltà percepita relativa a quattro problemi matematici. Ti ricordiamo che le risposte che fornirai non saranno oggetto di valutazione da parte dei tuoi insegnanti.
Tutte le informazioni raccolte durante la ricerca saranno tenute strettamente riservate. I dati raccolti con il questionario saranno conservati in forma digitale protetta e saranno sempre resi noti in forma anonima per impedire che possano venire riutilizzati. Tutti i dati saranno sempre trattati nel rispetto delle Leggi sulla Privacy.
Grazie per la collaborazione e la pazienza!

Pretest Questionario studenti

* 1. Nome

* 2. Cognome

* 3. Classe

* 4. Email

* 5. Genere

- ◯ Maschio
- ◯ Femmina
- ◯ Preferisco non specificarlo

* 6. Che scuola frequenti?

- ◯ Liceo scientifico
- ◯ Liceo classico
- ◯ Liceo artistico
- ◯ Liceo linguistico
- ◯ Liceo musicale e coreutico
- ◯ Liceo scientifico - opzione scienze applicate
- ◯ Liceo delle scienze umane
- ◯ Istituto tecnico
- ◯ Istituto professionale
- ◯ Liceo scientifico - sezione a indirizzo sportivo
- ◯ Liceo scienze umane - opzione economico sociale
- ◯ Liceo del Made in Italy
- ◯ Altro (specificare)

* 7. Specifica che tipo di istituto tecnico

Pretest Questionario studenti

* 8. Nome della scuola

* 9. Regione

* 10. Provincia

Pretest Questionario studenti

Rapporto con la matematica

* 11. Rifletti sulla matematica e sul tuo rapporto con essa: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

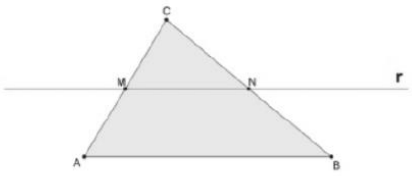
	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Né in accordo né in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Conoscere la matematica mi aiuterà a guadagnarmi da vivere	○	○	○	○	○
La matematica è una materia utile e necessaria	○	○	○	○	○
Avrò bisogno di una solida padronanza della matematica per il mio lavoro futuro	○	○	○	○	○
La matematica non ha alcuna importanza per la mia vita	○	○	○	○	○
Vedo la matematica come una materia che userò raramente nella vita quotidiana da adulto/a	○	○	○	○	○
Rispetto alla mia vita adulta non è importante per me andare bene in matematica	○	○	○	○	○
Sarei orgoglioso/a di essere uno/a studente/ssa eccellente in matematica	○	○	○	○	○
Essere considerato/a intelligente in matematica sarebbe una grande cosa	○	○	○	○	○
Vincere un premio in matematica mi farebbe sentire troppo al centro dell'attenzione	○	○	○	○	○
La gente penserebbe che sono un/a secchione/a se prendessi voti alti in matematica	○	○	○	○	○
Se prendessi 10 in matematica, preferirei che nessuno lo sapesse	○	○	○	○	○
Piacerei meno alle persone se fossi un/a ottimo/a studente/ssa di matematica	○	○	○	○	○
Sono sicuro/a di poter imparare la matematica	○	○	○	○	○
Posso prendere buoni voti in matematica	○	○	○	○	○
Non credo di essere in grado di fare matematica avanzata	○	○	○	○	○
Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra eccezionalmente difficile	○	○	○	○	○
Matematica è la materia in cui vado peggio	○	○	○	○	○
Mi piacciono enigmi e giochi matematici	○	○	○	○	○
Quando mi si presenta un problema matematico che non riesco a risolvere immediatamente, continuo a lavorarci finché non trovo la soluzione	○	○	○	○	○
Una volta che ho iniziato a lavorare su un enigma o gioco matematico, trovo difficile fermarmi	○	○	○	○	○
Non capisco come alcune persone possano	○	○	○	○	○

dedicare così tanto tempo alla matematica e sembrino divertirsi	○	○	○	○	○
Preferisco che qualcuno mi dia la soluzione di un problema matematico difficile piuttosto che doverlo risolvere da solo/a	○	○	○	○	○
Mi impegno il meno possibile in matematica	○	○	○	○	○
Non mi darebbe alcun fastidio fare più ore di matematica	○	○	○	○	○
Le femmine sono brave quanto i maschi in geometria	○	○	○	○	○
Le ragazze possono andare bene quanto i ragazzi in matematica	○	○	○	○	○
I maschi non sono naturalmente migliori delle femmine in matematica	○	○	○	○	○
Avrei più fiducia nella risposta di un problema matematico risolto da un uomo piuttosto che da una donna	○	○	○	○	○
La matematica è per gli uomini; solo l'aritmetica è per le donne	○	○	○	○	○
Mi aspetterei che una matematica donna sia mascolina	○	○	○	○	○
In generale mi sento sicuro/a nel cimentarmi con la matematica	○	○	○	○	○
Di solito non mi preoccupo di essere in grado di risolvere i problemi di matematica	○	○	○	○	○
Non mi sono quasi mai innervosito/a durante un compito di matematica	○	○	○	○	○
Di solito sono a mio agio durante le lezioni di matematica	○	○	○	○	○
La matematica mi mette a disagio, mi rende irrequieto/a, irritabile e impaziente	○	○	○	○	○
Una verifica di matematica mi farebbe sentire spaventato/a	○	○	○	○	○
I miei genitori mi hanno fortemente incoraggiato/a ad andare bene in matematica	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che la matematica mi servirà per quello che voglio fare dopo il diploma	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che io sia il tipo di persona che potrebbe andare bene in matematica	○	○	○	○	○
Finché ho la sufficienza, i miei genitori non si preoccupano di come vado in matematica	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che la matematica avanzata sia una perdita di tempo per me	○	○	○	○	○
I miei genitori non hanno mostrato alcun interesse nel fatto che io segua più corsi di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.)	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che io debba conoscere solo un minimo di matematica	○	○	○	○	○
I miei insegnanti mi hanno incoraggiato a continuare a studiare matematica anche una volta terminata la scuola	○	○	○	○	○
I miei insegnanti di matematica mi incoraggiano a seguire tutti i corsi extrascolastici di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.)	○	○	○	○	○
Parlerei con i miei insegnanti di matematica di una carriera in cui si usi la matematica	○	○	○	○	○
I miei insegnanti pensano che la matematica avanzata sia una perdita di tempo per me	○	○	○	○	○
Ottenere che un insegnante di matematica mi prenda sul serio di solito è un problema	○	○	○	○	○
Ho avuto difficoltà a convincere gli insegnanti a parlare seriamente di matematica con me	○	○	○	○	○

Pretest Questionario studenti

Problema 1

* 12. Sia dato un triangolo *ABC*. La retta *r* passa per il punto medio *M* del lato *AC* ed è parallela al lato *AB*.



Si vuole dimostrare che la retta *r* interseca il lato *CB* nel suo punto medio *N*.

Completa il testo di questa dimostrazione scegliendo tra i seguenti termini e prestando attenzione al fatto che ogni termine può essere utilizzato una sola volta.

Termini fra cui scegliere:

congruenti corrispondenti parallele Talete Euclide AM perpendicolari CN

Considera le rette AB e MN fra loro _____(1). Per il teorema di _____(2) esse intercettano sulle rette AC e CB segmenti fra loro proporzionali. Poiché per ipotesi _____(3) è congruente a MC allora CN e NB sono _____(4) il che equivale a dimostrare la tesi.

	congruenti	corrispondenti	parallele	Talete	Euclide	AM	perpendicolari	CN
(1)	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯
(2)	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯
(3)	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯
(4)	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯

* 13. Quanto difficile ti è sembrato il problema da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile)?

1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯

* 14. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Ho già svolto problemi simili in passato	◯	◯	◯	◯
Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	◯	◯	◯	◯
La risposta si poteva intuire facilmente	◯	◯	◯	◯
Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯
Non ho capito cosa chiedesse la domanda	◯	◯	◯	◯
Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	◯	◯	◯	◯
Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	◯	◯	◯	◯
Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	◯	◯	◯	◯
Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	◯	◯	◯	◯

* 15. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue emozioni: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	○	○	○	○
Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	○	○	○	○
Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	○	○	○	○
Mi sono annoiato/a	○	○	○	○
Non ne potevo più, era troppo complicato	○	○	○	○
Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	○	○	○	○
Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	○	○	○	○

* 16. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue considerazioni personali: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	○	○	○	○
Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	○	○	○	○
Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	○	○	○	○
Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	○	○	○	○
Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	○	○	○	○
Non so fare questo tipo di problemi	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	○	○	○	○

* 17. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue strategie risolutive: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯
I calcoli erano complicati	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	◯	◯	◯	◯	◯
Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯

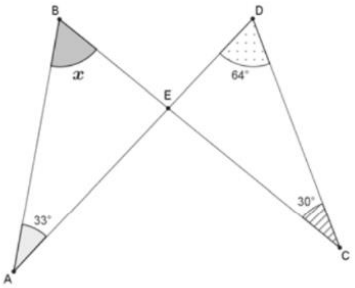
* 18. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alla formulazione del problema: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
La figura mi ha confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
Le richieste erano brevi e semplici	◯	◯	◯	◯	◯
Era difficile capire il testo	◯	◯	◯	◯	◯
Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
I termini presenti nel testo non erano chiari per me	◯	◯	◯	◯	◯
Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯

Pretest Questionario studenti

Problema 2

* 19. Osserva la figura. Giulia afferma che l'ampiezza x dell'angolo ABE è 61°.



Giulia ha ragione? Perché?

Fai riferimento alla figura e digita la risposta nella casella corretta.

Giulia ha ragione, perché

Giulia non ha ragione, perché

* 20. Quanto difficile ti è sembrato il problema da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile)?

1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

* 21. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Ho già svolto problemi simili in passato	○	○	○	○
Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	○	○	○	○
La risposta si poteva intuire facilmente	○	○	○	○
Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	○	○	○	○
Non ho capito cosa chiedesse la domanda	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	○	○	○	○
Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	○	○	○	○
Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	○	○	○	○
Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	○	○	○	○

* 22. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue emozioni: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	○	○	○	○
Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	○	○	○	○
Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	○	○	○	○
Mi sono annoiato/a	○	○	○	○
Non ne potevo più, era troppo complicato	○	○	○	○
Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	○	○	○	○
Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	○	○	○	○

* 23. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue considerazioni personali: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	○	○	○	○
Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	○	○	○	○
Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	○	○	○	○
Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	○	○	○	○
Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	○	○	○	○
Non so fare questo tipo di problemi	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	○	○	○	○

* 24. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue strategie risolutive: quanto concordi con le affermazioni seguenti? Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	○	○	○	○	○
I calcoli erano complicati	○	○	○	○	○
Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	○	○	○	○	○
Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	○	○	○	○	○
Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	○	○	○	○	○
Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	○	○	○	○	○
Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	○	○	○	○	○
Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	○	○	○	○	○
Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	○	○	○	○	○
Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	○	○	○	○	○
Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta	○	○	○	○	○
Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	○	○	○	○	○

* 25. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alla formulazione del problema: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
La figura mi ha confuso/a	○	○	○	○	○
Le richieste erano brevi e semplici	○	○	○	○	○
Era difficile capire il testo	○	○	○	○	○
Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso/a	○	○	○	○	○
I termini presenti nel testo non erano chiari per me	○	○	○	○	○
Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	○	○	○	○	○
Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	○	○	○	○	○

Pretest Questionario studenti

Domande conclusive

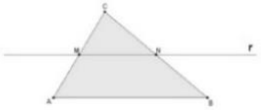
* 26. Ripensa a tutti e due i problemi proposti nel questionario e prova a confrontarli. Rifletti su quale problema ti è sembrato più difficile e quale più facile, o se ti sono sembrati di uguale difficoltà e indica quanto difficile ti è sembrato ciascuno di essi da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile).

	1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
Problema 1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
Problema 2	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

Problema 1

Domanda

Sia dato un triangolo ABC. La retta r passa per il punto medio M del lato AC ed è parallela al lato AB.



Si vuole dimostrare che la retta r interseca il lato CB nel suo punto medio N.

Completa il testo di questa dimostrazione scegliendo tra i seguenti termini e prestando attenzione al fatto che ogni termine può essere utilizzato una sola volta.

Per rispondere clicca prima sul termine che vuoi inserire e poi sullo spazio in cui lo vuoi posizionare oppure trascinalo. Per modificare la tua risposta procedi nello stesso modo.

Termini fra cui scegliere:

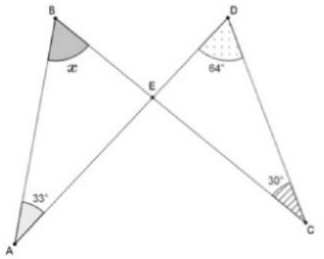
congruenti | corrispondenti | parallele | Talete | Euclide | AM | perpendicolari | CN

Considera le rette AB e MN fra loro _____. Per il teorema di _____ esse intercettano sulle rette AC e CB segmenti fra loro proporzionali. Poiché per ipotesi _____ è congruente a MC allora CN e NB sono _____ il che equivale a dimostrare la tesi.

Problema 2

Domanda

Osserva la figura.



Giulia afferma che l'ampiezza x dell'angolo $A\hat{B}E$ è $61°$.

Giulia ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

Fai riferimento alla figura a sinistra e digita la risposta alla domanda nella casella corretta.

Giulia ha ragione, perché

Giulia non ha ragione, perché

Appendice B

Si riporta di seguito il questionario utilizzato nella somministrazione estesa.

Questionario studenti

Caro studente, cara studentessa,
ti invitiamo a compilare il seguente questionario sulla base della tua esperienza e delle tue opinioni. Le risposte ci saranno utili per portare avanti una ricerca sul tema della difficoltà percepita relativa a quattro problemi matematici. Ti ricordiamo che le risposte che fornirai non saranno oggetto di valutazione da parte dei tuoi insegnanti.
Tutte le informazioni raccolte durante la ricerca saranno tenute strettamente riservate. I dati raccolti con il questionario saranno conservati in forma digitale protetta e saranno sempre resi noti in forma anonima per impedire che possano venire riutilizzati. Tutti i dati saranno sempre trattati nel rispetto delle Leggi sulla Privacy.
Grazie per la collaborazione e la pazienza!

Questionario studenti

* 1. Nome

* 2. Cognome

* 3. Classe

* 4. Email

* 5. Genere

- ◯ Maschio
- ◯ Femmina
- ◯ Preferisco non specificarlo

* 6. Che scuola frequenti?

- ◯ Liceo scientifico
- ◯ Liceo classico
- ◯ Liceo artistico
- ◯ Liceo linguistico
- ◯ Liceo musicale e coreutico
- ◯ Liceo scientifico - opzione scienze applicate
- ◯ Liceo delle scienze umane
- ◯ Istituto tecnico
- ◯ Istituto professionale
- ◯ Liceo scientifico - sezione a indirizzo sportivo
- ◯ Liceo scienze umane - opzione economico sociale
- ◯ Liceo del Made in Italy
- ◯ Altro (specificare)

* 7. Specifica che tipo di istituto tecnico

Questionario studenti

* 8. Nome della scuola

* 9. Regione

* 10. Provincia

Questionario studenti

Rapporto con la matematica

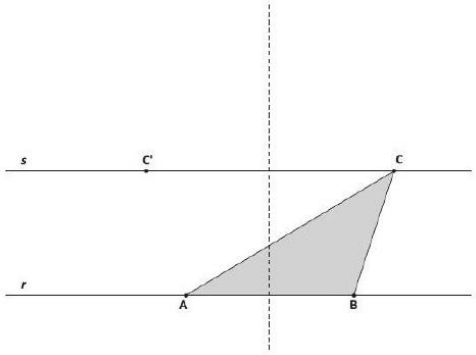
* 11. Rifletti sulla matematica e sul tuo rapporto con essa: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Né in accordo né in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Conoscere la matematica mi aiuterà a guadagnarmi da vivere	○	○	○	○	○
La matematica è una materia utile e necessaria	○	○	○	○	○
Avrò bisogno di una solida padronanza della matematica per il mio lavoro futuro	○	○	○	○	○
La matematica non ha alcuna importanza per la mia vita	○	○	○	○	○
Vedo la matematica come una materia che userò raramente nella vita quotidiana da adulto/a	○	○	○	○	○
Rispetto alla mia vita adulta non è importante per me andare bene in matematica	○	○	○	○	○
Sarei orgoglioso/a di essere uno/a studente/ssa eccellente in matematica	○	○	○	○	○
Essere considerato/a intelligente in matematica sarebbe una grande cosa	○	○	○	○	○
Vincere un premio in matematica mi farebbe sentire troppo al centro dell'attenzione	○	○	○	○	○
La gente penserebbe che sono un/a secchione/a se prendessi voti alti in matematica	○	○	○	○	○
Se prendessi 10 in matematica, preferirei che nessuno lo sapesse	○	○	○	○	○
Piacerei meno alle persone se fossi un/a ottimo/a studente/ssa di matematica	○	○	○	○	○
Sono sicuro/a di poter imparare la matematica	○	○	○	○	○
Posso prendere buoni voti in matematica	○	○	○	○	○
Non credo di essere in grado di fare matematica avanzata	○	○	○	○	○
Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra eccezionalmente difficile	○	○	○	○	○
Matematica è la materia in cui vado peggio	○	○	○	○	○
Mi piacciono enigmi e giochi matematici	○	○	○	○	○
Quando mi si presenta un problema matematico che non riesco a risolvere immediatamente, continuo a lavorarci finché non trovo la soluzione	○	○	○	○	○
Una volta che ho iniziato a lavorare su un enigma o gioco matematico, trovo difficile fermarmi	○	○	○	○	○

Non capisco come alcune persone possano dedicare così tanto tempo alla matematica e sembrino divertirsi	○	○	○	○	○
Preferisco che qualcuno mi dia la soluzione di un problema matematico difficile piuttosto che doverlo risolvere da solo/a	○	○	○	○	○
Mi impegno il meno possibile in matematica	○	○	○	○	○
Non mi darebbe alcun fastidio fare più ore di matematica	○	○	○	○	○
Le femmine sono brave quanto i maschi in geometria	○	○	○	○	○
Le ragazze possono andare bene quanto i ragazzi in matematica	○	○	○	○	○
I maschi non sono naturalmente migliori delle femmine in matematica	○	○	○	○	○
Avrei più fiducia nella risposta di un problema matematico risolto da un uomo piuttosto che da una donna	○	○	○	○	○
La matematica è per gli uomini; solo l'aritmetica è per le donne	○	○	○	○	○
Mi aspetterei che una matematica donna sia mascolina	○	○	○	○	○
In generale mi sento sicuro/a nel cimentarmi con la matematica	○	○	○	○	○
Di solito non mi preoccupo di essere in grado di risolvere i problemi di matematica	○	○	○	○	○
Non mi sono quasi mai innervosito/a durante un compito di matematica	○	○	○	○	○
Di solito sono a mio agio durante le lezioni di matematica	○	○	○	○	○
La matematica mi mette a disagio, mi rende irrequieto/a, irritabile e impaziente	○	○	○	○	○
Una verifica di matematica mi farebbe sentire spaventato/a	○	○	○	○	○
I miei genitori mi hanno fortemente incoraggiato/a ad andare bene in matematica	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che la matematica mi servirà per quello che voglio fare dopo il diploma	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che io sia il tipo di persona che potrebbe andare bene in matematica	○	○	○	○	○
Finché ho la sufficienza, i miei genitori non si preoccupano di come vado in matematica	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che la matematica avanzata sia una perdita di tempo per me	○	○	○	○	○
I miei genitori non hanno mostrato alcun interesse nel fatto che io segua più corsi di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.)	○	○	○	○	○
I miei genitori pensano che io debba conoscere solo un minimo di matematica	○	○	○	○	○
I miei insegnanti mi hanno incoraggiato a continuare a studiare matematica anche una volta terminata la scuola	○	○	○	○	○
I miei insegnanti di matematica mi incoraggiano a seguire tutti i corsi extrascolastici di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.)	○	○	○	○	○
Parlerei con i miei insegnanti di matematica di una carriera in cui si usi la matematica	○	○	○	○	○
I miei insegnanti pensano che la matematica avanzata sia una perdita di tempo per me	○	○	○	○	○
Ottenere che un insegnante di matematica mi prenda sul serio di solito è un problema	○	○	○	○	○
Ho avuto difficoltà a convincere gli insegnanti a parlare seriamente di matematica con me	○	○	○	○	○

Problema 1

* 12. ABC è uno degli infiniti triangoli aventi la base AB sulla retta *r* e il terzo vertice in u
punto qualunque della retta *s* parallela a *r* e passante per C.



Fra gli infiniti triangoli descritti sopra, quali hanno la stessa area di ABC?

- ◯ Soltanto il triangolo ABC', simmetrico di ABC rispetto all'asse di AB
- ◯ Soltanto il triangolo isoscele di base AB
- ◯ Soltanto il triangolo rettangolo in A e il triangolo rettangolo in B
- ◯ Tutti gli infiniti triangoli di base AB

* 13. Quanto difficile ti è sembrato il problema da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile)?

1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯

* 14. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Ho già svolto problemi simili in passato	◯	◯	◯	◯
Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	◯	◯	◯	◯
La risposta si poteva intuire facilmente	◯	◯	◯	◯
Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯
Non ho capito cosa chiedesse la domanda	◯	◯	◯	◯
Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	◯	◯	◯	◯
Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	◯	◯	◯	◯
Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	◯	◯	◯	◯
Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	◯	◯	◯	◯

* 15. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue emozioni: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	○	○	○	○
Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	○	○	○	○
Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	○	○	○	○
Mi sono annoiato/a	○	○	○	○
Non ne potevo più, era troppo complicato	○	○	○	○
Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	○	○	○	○
Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	○	○	○	○

* 16. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue considerazioni personali: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	○	○	○	○
Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	○	○	○	○
Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	○	○	○	○
Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	○	○	○	○
Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	○	○	○	○
Non so fare questo tipo di problemi	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	○	○	○	○

* 17. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue strategie risolutive: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯
I calcoli erano complicati	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	◯	◯	◯	◯	◯
Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯

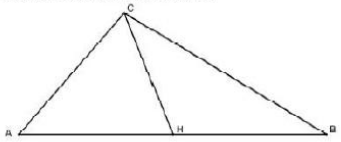
* 18. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alla formulazione del problema: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
La figura mi ha confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
Le richieste erano brevi e semplici	◯	◯	◯	◯	◯
Era difficile capire il testo	◯	◯	◯	◯	◯
Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
I termini presenti nel testo non erano chiari per me	◯	◯	◯	◯	◯
Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯

Questionario studenti

Problema 2

* 19. H è il punto medio del lato AB del triangolo ABC.



I triangoli AHC e CHB hanno la stessa area perché

- ◯ la distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e AH=HB
- ◯ la mediana CH divide il triangolo in due triangoli congruenti
- ◯ hanno come altezza comune CH e le relative basi sono della stessa lunghezza
- ◯ i triangoli CHA e CHB sono tutti e due triangoli isosceli

* 20. Quanto difficile ti è sembrato il problema da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile)?

1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯

* 21. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Ho già svolto problemi simili in passato	◯	◯	◯	◯
Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	◯	◯	◯	◯
La risposta si poteva intuire facilmente	◯	◯	◯	◯
Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯
Non ho capito cosa chiedesse la domanda	◯	◯	◯	◯
Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	◯	◯	◯	◯
Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	◯	◯	◯	◯
Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	◯	◯	◯	◯
Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	◯	◯	◯	◯

* 22. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue emozioni: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	◯	◯	◯	◯
Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	◯	◯	◯	◯
Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	◯	◯	◯	◯
Mi sono annoiato/a	◯	◯	◯	◯
Non ne potevo più, era troppo complicato	◯	◯	◯	◯
Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	◯	◯	◯	◯
Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	◯	◯	◯	◯

* 23. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue considerazioni personali: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	○	○	○	○
Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	○	○	○	○
Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	○	○	○	○
Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	○	○	○	○
Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	○	○	○	○
Non so fare questo tipo di problemi	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	○	○	○	○

* 24. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue strategie risolutive: quanto concordi con le affermazioni seguenti? Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	○	○	○	○	○
I calcoli erano complicati	○	○	○	○	○
Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	○	○	○	○	○
Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	○	○	○	○	○
Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	○	○	○	○	○
Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	○	○	○	○	○
Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	○	○	○	○	○
Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	○	○	○	○	○
Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	○	○	○	○	○
Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	○	○	○	○	○
Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta	○	○	○	○	○
Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	○	○	○	○	○

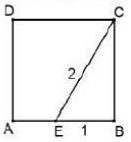
* 25. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alla formulazione del problema: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
La figura mi ha confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
Le richieste erano brevi e semplici	◯	◯	◯	◯	◯
Era difficile capire il testo	◯	◯	◯	◯	◯
Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
I termini presenti nel testo non erano chiari per me	◯	◯	◯	◯	◯
Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯

Questionario studenti

Problema 3

* 26. ABCD è un quadrato, il segmento EC è lungo 2dm e il segmento EB è lungo 1dm.



La superficie del quadrato ABCD misura

- ◯ 3 dm²
- ◯ 4 dm²
- ◯ 5 dm²
- ◯ 4√3 dm²

* 27. Quanto difficile ti è sembrato il problema da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile)?

1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯	◯

* 28. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Ho già svolto problemi simili in passato	◯	◯	◯	◯
Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	◯	◯	◯	◯
La risposta si poteva intuire facilmente	◯	◯	◯	◯
Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯
Non ho capito cosa chiedesse la domanda	◯	◯	◯	◯
Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	◯	◯	◯	◯
Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	◯	◯	◯	◯
Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	◯	◯	◯	◯
Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	◯	◯	◯	◯

* 29. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue emozioni: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	○	○	○	○
Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	○	○	○	○
Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	○	○	○	○
Mi sono annoiato/a	○	○	○	○
Non ne potevo più, era troppo complicato	○	○	○	○
Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	○	○	○	○
Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	○	○	○	○

* 30. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue considerazioni personali: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	○	○	○	○
Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	○	○	○	○
Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	○	○	○	○
Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	○	○	○	○
Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	○	○	○	○
Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	○	○	○	○
Non so fare questo tipo di problemi	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	○	○	○	○

* 31. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue strategie risolutive: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯
I calcoli erano complicati	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	◯	◯	◯	◯	◯
Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯

* 32. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alla formulazione del problema: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
La figura mi ha confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
Le richieste erano brevi e semplici	◯	◯	◯	◯	◯
Era difficile capire il testo	◯	◯	◯	◯	◯
Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso/a	◯	◯	◯	◯	◯
I termini presenti nel testo non erano chiari per me	◯	◯	◯	◯	◯
Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯

Questionario studenti

Problema 4

* 33. Solo una delle seguenti affermazioni è vera. Quale?

- ◯ Ogni triangolo ha un centro di simmetria
- ◯ Tutti i triangoli equilateri hanno un centro di simmetria
- ◯ Ogni triangolo ha almeno un asse di simmetria
- ◯ Alcuni triangoli hanno un asse di simmetria

* 34. Quanto difficile ti è sembrato il problema da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile)?

1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

* 35. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue capacità ed esperienze: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Ho già svolto problemi simili in passato	○	○	○	○
Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	○	○	○	○
La risposta si poteva intuire facilmente	○	○	○	○
Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	○	○	○	○
Non ho capito cosa chiedesse la domanda	○	○	○	○
Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	○	○	○	○
Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	○	○	○	○
Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	○	○	○	○
Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	○	○	○	○

* 36. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue emozioni: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	○	○	○	○
Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	○	○	○	○
Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	○	○	○	○
Mi sono annoiato/a	○	○	○	○
Non ne potevo più, era troppo complicato	○	○	○	○
Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	○	○	○	○
Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	○	○	○	○

* 37. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue considerazioni personali: quanto concordi con le affermazioni seguenti?

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo
Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	◯	◯	◯	◯
Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	◯	◯	◯	◯
Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	◯	◯	◯	◯
Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	◯	◯	◯	◯
Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	◯	◯	◯	◯
Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	◯	◯	◯	◯
Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	◯	◯	◯	◯
Non so fare questo tipo di problemi	◯	◯	◯	◯
Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	◯	◯	◯	◯

* 38. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alle tue strategie risolutive: quanto concordi con le affermazioni seguenti? Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	◯	◯	◯	◯	◯
I calcoli erano complicati	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	◯	◯	◯	◯	◯
Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	◯	◯	◯	◯	◯
Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	◯	◯	◯	◯	◯
Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯
Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	◯	◯	◯	◯	◯

* 39. Rifletti sulle motivazioni per cui il problema ti è sembrato facile o difficile, pensando in particolare alla formulazione del problema: quanto concordi con le affermazioni seguenti?
Seleziona "Non applicabile" se l'affermazione non è applicabile al problema proposto.

	Molto in disaccordo	Abbastanza in disaccordo	Abbastanza d'accordo	Molto d'accordo	Non applicabile
La figura mi ha confuso/a	○	○	○	○	○
Le richieste erano brevi e semplici	○	○	○	○	○
Era difficile capire il testo	○	○	○	○	○
Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso/a	○	○	○	○	○
I termini presenti nel testo non erano chiari per me	○	○	○	○	○
Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	○	○	○	○	○
Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	○	○	○	○	○

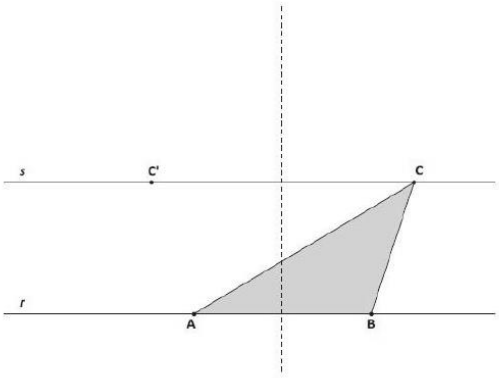
Questionario studenti

Domande conclusive

* 40. Ripensa a tutti e quattro i problemi proposti nel questionario e prova a confrontarli. Rifletti su quale problema ti è sembrato più difficile e quale più facile, o se ti sono sembrati tutti di uguale difficoltà e indica quanto difficile ti è sembrato ciascuno di essi da 1 (molto facile) a 10 (molto difficile).

	1 (molto facile)	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (molto difficile)
Problema 1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○

ABC è uno degli infiniti triangoli aventi la base AB sulla retta *r* e il terzo vertice in un punto qualunque della retta *s* parallela a *r* e passante per C.



Fra gli infiniti triangoli descritti sopra, quali hanno la stessa area di ABC?

A. ☐ Soltanto il triangolo ABC', simmetrico di ABC rispetto all'asse di AB

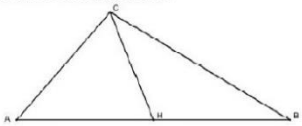
B. ☐ Soltanto il triangolo isoscele di base AB

C. ☐ Soltanto il triangolo rettangolo in A e il triangolo rettangolo in B

D. ☐ Tutti gli infiniti triangoli di base AB

Problema 2

H è il punto medio del lato AB del triangolo ABC.



I triangoli AHC e HBC hanno la stessa area perché

A. ☐ la distanza di C da AB è la stessa nei due triangoli e AH = HB

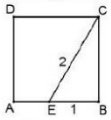
B. ☐ la mediana CH divide il triangolo in due triangoli congruenti

C. ☐ hanno come altezza comune CH e le relative basi sono della stessa lunghezza

D. ☐ i triangoli CHA e CHB sono tutti e due triangoli isosceli

Problema 3

ABCD è un quadrato, il segmento EC è lungo 2 dm e il segmento EB è lungo 1 dm.



La superficie del quadrato ABCD misura

A. ☐ 3 dm^2

B. ☐ 4 dm^2

C. ☐ 5 dm^2

D. ☐ $4\sqrt{3}$ dm^2

Problema 4

Solo una delle seguenti affermazioni è vera. Quale?

A. Ogni triangolo ha un centro di simmetria

B. Tutti i triangoli equilateri hanno un centro di simmetria

C. Ogni triangolo ha almeno un asse di simmetria

D. Alcuni triangoli hanno un asse di simmetria

Appendice C

Si riporta di seguito l'elenco degli item del questionario Fennema-Sherman in versione ridotta, tradotto in italiano. Gli item sono raggruppati per scala; il segno – indica item a codifica inversa, che sono stati successivamente invertiti per il calcolo dei punteggi. Gli item sono nell'ordine in cui sono stati inseriti nel questionario, corrispondente all'ordine nella versione ridotta di Sachs e Leung (2007). Il codice alfanumerico inserito prima di ogni item è un adattamento di quello presentato dagli autori della versione ridotta.

Domanda/ scala	**Item**	**Cod.**	**Opzioni risposta**
Rifletti sulla matematica e sul tuo rapporto con essa: quanto concordi con le affermazioni seguenti?			1. Molto in disaccordo 2. Abbastanza in disaccordo 3. Né in accordo né in disaccordo 4. Abbastanza d'accordo 5. Molto d'accordo
Utilità della matematica	(U1) Conoscere la matematica mi aiuterà a guadagnarmi da vivere	+	
	(U2) La matematica è una materia utile e necessaria	+	
	(U3) Avrò bisogno di una solida padronanza della matematica per il mio lavoro futuro	+	
	(U4) La matematica non ha alcuna importanza per la mia vita	-	
	(U5) Vedo la matematica come una materia che userò raramente nella vita quotidiana da adulto/a	-	
	(U6) Rispetto alla mia vita adulta non è importante per me andare bene in matematica	-	

Atteggiamento rispetto al successo in matematica	(S1) Sarei orgoglioso/a di essere uno/a studente/ssa eccellente in matematica	+	
	(S2) Essere considerato/a intelligente in matematica sarebbe una grande cosa	+	
	(S3) Vincere un premio in matematica mi farebbe sentire troppo al centro dell'attenzione	-	
	(S4) La gente penserebbe che sono un/a secchione/a se prendessi voti alti in matematica	-	
	(S5) Se prendessi 10 in matematica, preferirei che nessuno lo sapesse.	-	
	(S6) Piacerei meno alle persone se fossi un/a ottimo/a studente/ssa di matematica	-	
Sicurezza nell'apprendimento della matematica	(C1) Sono sicuro/a di poter imparare la matematica	+	
	(C2) Posso prendere buoni voti in matematica	+	
	(C3) Non credo di essere in grado di fare matematica avanzata	-	
	(C4) Per qualche ragione, anche se studio, la matematica mi sembra eccezionalmente difficile	-	
	(C5) Matematica è la materia in cui vado peggio	-	
Motivazione all'efficacia in matematica	(EM1) Mi piacciono enigmi e giochi matematici	+	
	(EM2) Quando mi si presenta un problema matematico che non riesco a risolvere immediatamente, continuo a lavorarci finché non trovo la soluzione	+	
	(EM3) Una volta che ho iniziato a lavorare su un enigma o gioco matematico, trovo difficile fermarmi	+	
	(EM4) Non capisco come alcune persone possano dedicare così tanto tempo alla matematica e sembrino divertirsi	-	

	(EM5) Preferisco che qualcuno mi dia la soluzione di un problema matematico difficile piuttosto che doverlo risolvere da solo/a	-	
	(EM6) Mi impegno il meno possibile in matematica	-	
	(EM7) Non mi darebbe alcun fastidio fare più ore di matematica	+	
Matematica come settore maschile	(MD1) Le femmine sono brave quanto i maschi in geometria	+	
	(MD2) Le ragazze possono andare bene quanto i ragazzi in matematica	+	
	(MD3) I maschi non sono naturalmente migliori delle femmine in matematica	+	
	(MD4) Avrei più fiducia nella risposta di un problema matematico risolto da un uomo piuttosto che da una donna	-	
	(MD5) La matematica è per gli uomini; solo l'aritmetica è per le donne	-	
	(MD6) Mi aspetterei che una matematica donna sia mascolina	-	
Ansia legata alla matematica	(A1) In generale mi sento sicuro/a nel cimentarmi con la matematica	+	
	(A2) Di solito non mi preoccupo di essere in grado di risolvere i problemi di matematica	+	
	(A3) Non mi sono quasi mai innervosito/a durante un compito di matematica	+	
	(A4) Di solito sono a mio agio durante le lezioni di matematica	+	
	(A5) La matematica mi mette a disagio, mi rende irrequieto/a, irritabile e impaziente.	-	
	(A6) Una verifica di matematica mi farebbe sentire spaventato/a	-	
Genitori	(P1) I miei genitori mi hanno fortemente incoraggiato/a ad andare bene in matematica	+	

	(P2) I miei genitori pensano che la matematica mi servirà per quello che voglio fare dopo il diploma	+	
	(P3) I miei genitori pensano che io sia il tipo di persona che potrebbe andare bene in matematica	+	
	(P4) Finché ho la sufficienza, i miei genitori non si preoccupano di come vado in matematica	-	
	(P5) I miei genitori pensano che la matematica avanzata sia una perdita di tempo per me	-	
	(P6) I miei genitori non hanno mostrato alcun interesse per il fatto che io segua più corsi di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.)	-	
	(P7) I miei genitori pensano che io debba conoscere solo un minimo di matematica.	-	
Insegnanti	(T1) I miei insegnanti mi hanno incoraggiato a continuare a studiare matematica anche una volta terminata la scuola	+	
	(T2) I miei insegnanti di matematica mi incoraggiano a seguire tutti i corsi extrascolastici di matematica (conferenze, preparazione alle Olimpiadi della Matematica, Piano Lauree Scientifiche, ecc.)	+	
	(T3) Parlerei con i miei insegnanti di matematica di una carriera in cui si usi la matematica	+	
	(T4) I miei insegnanti pensano che la matematica avanzata sia una perdita di tempo per me	-	
	(T5) Ottenere che un insegnante di matematica mi prenda sul serio di solito è un problema	-	

	(T6) Ho avuto difficoltà a convincere gli insegnanti a parlare seriamente di matematica con me	-	

Appendice D

Si riporta di seguito l'elenco degli item del questionario specifico per la difficoltà percepita. Gli item sono raggruppati per macrocategoria e sottocategoria; il segno – indica item a codifica inversa, che sono stati successivamente invertiti per il calcolo dei punteggi. Gli item sono nell'ordine in cui sono stati inseriti nel questionario.

Macrocat.	**Sottocat. (non mostrata nel questionario)**	**Item**	**Cod.**	**Opzioni risposta**
Capacità ed esperienze				1. Molto in disaccordo 2. Abbastanza in disaccordo 3. Abbastanza d'accordo 4. Molto d'accordo
	Esperienza	(CE1) Ho già svolto problemi simili in passato	-	
		(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	-	
	Intuizione	(CE3) La risposta si poteva intuire facilmente	-	
	Ostacoli	(CE4) Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	-	
		(CE5) Non ho capito cosa chiedesse la domanda	+	
		(CE6) Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	+	
		(CE7) Non ricordavo il significato di alcuni	+	

		termini presenti nel problema		
	Sicurezza	(CE8) Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	+	
	Tempo	(CE9) Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	+	
Emozioni				1. Molto in disaccordo 2. Abbastanza in disaccordo 3. Abbastanza d'accordo 4. Molto d'accordo
	Divertimento/ gioia	(E1) Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	-	
	Orgoglio	(E2) Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	-	
	Ansia	(E3) Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	+	
	Noia	(E4) Mi sono annoiato/a	+	
	Rabbia/ frustrazione	(E5) Non ne potevo più, era troppo complicato	+	
	Vergogna	(E6) Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	+	
	Sconforto/ disperazione	(E7) Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	+	

Considerazioni personali				1. Molto in disaccordo 2. Abbastanza in disaccordo 3. Abbastanza d'accordo 4. Molto d'accordo
	Impegno	(CP1) Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP2) Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	+	
		(CP3) Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP4) Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	+	
	Sicurezza	(CP5) Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	-	
		(CP6) Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	-	
		(CP7) Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	+	
		(CP8) Non so fare questo tipo di problemi	+	

		(Cp9) Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	+	
Strategie risolutive				1. Molto in disaccordo 2. Abbastanza in disaccordo 3. Abbastanza d'accordo 4. Molto d'accordo Non applicabile
	Argomentazione	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	+	
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati	+	
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	+	
	Conoscenze	(SR4) Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	-	
		(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	-	
		(SR6) Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	+	
		(SR7) Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	+	
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	-	

	Procedimento	(SR9) Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	-	
		(SR10) Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	+	
		(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per trovare la risposta	+	
	Ragionamento	(SR12) Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	+	
Formulazione del problema				1. Molto in disaccordo 2. Abbastanza in disaccordo 3. Abbastanza d'accordo 4. Molto d'accordo Non applicabile
	Elementi non testuali	(F1) La figura mi ha confuso	+	
	Testo	(F2) Le richieste erano brevi e semplici	-	
		(F3) Era difficile capire il testo	+	
		(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso	+	
		(F5) I termini presenti nel testo non erano chiari per me	+	
	Tipologia domanda	(F6) Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	-	

		(F7) Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	-	

Appendice E

Si riporta di seguito l'elenco degli item non esclusi per ciascun quesito, utilizzati successivamente per il calcolo delle medie di scala. Gli item eliminati sono evidenziati in giallo e riportano, nelle note, il motivo dell'esclusione.

Quesito 1

Macrocat.	**Sottocat.**	**Item**	**Cod.**	**Note**
Capacità ed esperienze				
	Esperienza	(CE1) Ho già svolto problemi simili in passato	-	CFA
		(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	-	Ambiguità
	Intuizione	(CE3) La risposta si poteva intuire facilmente	-	
	Ostacoli	(CE4) Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	-	
		(CE5) Non ho capito cosa chiedesse la domanda	+	
		(CE6) Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	+	
		(CE7) Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	+	
	Sicurezza	(CE8) Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	+	
	Tempo	(CE9) Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	+	
Emozioni				
	Divertimento/ gioia	(E1) Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	-	
	Orgoglio	(E2) Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	-	
	Ansia	(E3) Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	+	

	Noia	(E4) Mi sono annoiato/a	+	
	Rabbia/ frustrazione	(E5) Non ne potevo più, era troppo complicato	+	
	Vergogna	(E6) Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	+	CFA
	Sconforto/ disperazione	(E7) Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	+	
Considerazioni personali				
	Impegno	(CP1) Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP2) Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	+	
		(CP3) Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP4) Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	+	
	Sicurezza	(CP5) Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	-	
		(CP6) Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	-	
		(CP7) Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	+	
		(CP8) Non so fare questo tipo di problemi	+	
		(Cp9) Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	+	
Strategie risolutive				
	Argomentaz.	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	+	Non applicabile
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati	+	Non applicabile
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	+	Non applicabile

	Conoscenze	(SR4) Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	-	
		(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	-	CFA
		(SR6) Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	+	
		(SR7) Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	+	
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	-	Non applicabile
	Procedimento	(SR9) Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	-	
		(SR10) Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	+	
		(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per trovare la risposta	+	Non applicabile
	Ragionamento	(SR12) Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	+	
Formulazione del problema				
	Elementi non testuali	(F1) La figura mi ha confuso	+	
	Testo	(F2) Le richieste erano brevi e semplici	-	
		(F3) Era difficile capire il testo	+	
		(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso	+	Non applicabile
		(F5) I termini presenti nel testo non erano chiari per me	+	
	Tipologia domanda	(F6) Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	-	Affidabilità
		(F7) Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	-	Affidabilità

Quesito 2

Macrocat.	Sottocat.	Item	Cod.	Note
Capacità ed esperienze				
	Esperienza	(CE1) Ho già svolto problemi simili in passato	-	CFA
		(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	-	Ambiguità
	Intuizione	(CE3) La risposta si poteva intuire facilmente	-	
	Ostacoli	(CE4) Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	-	
		(CE5) Non ho capito cosa chiedesse la domanda	+	
		(CE6) Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	+	
		(CE7) Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	+	
	Sicurezza	(CE8) Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	+	
	Tempo	(CE9) Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	+	
Emozioni				
	Divertimento/ gioia	(E1) Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	-	
	Orgoglio	(E2) Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	-	
	Ansia	(E3) Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	+	
	Noia	(E4) Mi sono annoiato/a	+	
	Rabbia/ frustrazione	(E5) Non ne potevo più, era troppo complicato	+	
	Vergogna	(E6) Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	+	CFA
	Sconforto/ disperazione	(E7) Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	+	

Considerazioni personali				
	Impegno	(CP1) Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP2) Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	+	
		(CP3) Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP4) Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	+	
	Sicurezza	(CP5) Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	-	
		(CP6) Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	-	
		(CP7) Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	+	
		(CP8) Non so fare questo tipo di problemi	+	
		(Cp9) Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	+	
Strategie risolutive				
	Argomentaz.	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	+	Non applicabile
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati	+	Non applicabile
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	+	Non applicabile
	Conoscenze	(SR4) Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	-	
		(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	-	CFA
		(SR6) Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	+	
		(SR7) Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	+	

	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	-	Non applicabile
	Procedimento	(SR9) Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	-	
		(SR10) Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	+	
		(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per trovare la risposta	+	Non applicabile
	Ragionamento	(SR12) Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	+	
Formulazione del problema				
	Elementi non testuali	(F1) La figura mi ha confuso	+	
	Testo	(F2) Le richieste erano brevi e semplici	-	
		(F3) Era difficile capire il testo	+	
		(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso	+	Non applicabile
		(F5) I termini presenti nel testo non erano chiari per me	+	
	Tipologia domanda	(F6) Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	-	Affidabilità
		(F7) Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	-	Affidabilità

Quesito 3

Macrocat.	**Sottocat.**	**Item**	**Cod.**	**Note**
Capacità ed esperienze				
	Esperienza	(CE1) Ho già svolto problemi simili in passato	-	
		(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	-	Ambiguità
	Intuizione	(CE3) La risposta si poteva intuire facilmente	-	

	Ostacoli	(CE4) Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	-	
		(CE5) Non ho capito cosa chiedesse la domanda	+	
		(CE6) Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	+	
		(CE7) Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	+	
	Sicurezza	(CE8) Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	+	
	Tempo	(CE9) Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	+	
Emozioni				
	Divertimento/ gioia	(E1) Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	-	
	Orgoglio	(E2) Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	-	
	Ansia	(E3) Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	+	
	Noia	(E4) Mi sono annoiato/a	+	
	Rabbia/ frustrazione	(E5) Non ne potevo più, era troppo complicato	+	
	Vergogna	(E6) Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	+	
	Sconforto/ disperazione	(E7) Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	+	
Considerazioni personali				
	Impegno	(CP1) Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP2) Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	+	
		(CP3) Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP4) Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	+	

	Sicurezza	(CP5) Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	-	
		(CP6) Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	-	
		(CP7) Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	+	
		(CP8) Non so fare questo tipo di problemi	+	
		(Cp9) Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	+	
Strategie risolutive				
	Argomentaz.	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	+	Non applicabile
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati	+	
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	+	
	Conoscenze	(SR4) Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	-	
		(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	-	Non applicabile
		(SR6) Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	+	
		(SR7) Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	+	
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	-	Non applicabile
	Procedimento	(SR9) Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	-	
		(SR10) Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	+	
		(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per trovare la risposta	+	
	Ragionamento	(SR12) Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	+	

Formulazione del problema				
	Elementi non testuali	(F1) La figura mi ha confuso	+	
	Testo	(F2) Le richieste erano brevi e semplici	-	
		(F3) Era difficile capire il testo	+	
		(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso	+	Non applicabile
		(F5) I termini presenti nel testo non erano chiari per me	+	
	Tipologia domanda	(F6) Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	-	Affidabilità
		(F7) Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	-	Affidabilità

Quesito 4

Macrocat.	**Sottocat.**	**Item**	**Cod.**	**Note**
Capacità ed esperienze				
	Esperienza	(CE1) Ho già svolto problemi simili in passato	-	CFA
		(CE2) Ho studiato da poco l'argomento oggetto del problema	-	Ambiguità
	Intuizione	(CE3) La risposta si poteva intuire facilmente	-	
	Ostacoli	(CE4) Non ho trovato ostacoli per arrivare alla risposta	-	
		(CE5) Non ho capito cosa chiedesse la domanda	+	
		(CE6) Ho delle difficoltà con l'argomento del problema	+	
		(CE7) Non ricordavo il significato di alcuni termini presenti nel problema	+	
	Sicurezza	(CE8) Non sono sicuro/a della risposta che ho dato	+	

	Tempo	(CE9) Mi ci è voluto molto tempo per trovare una risposta	+	
Emozioni				
	Divertimento/ gioia	(E1) Mi sono divertito/a a risolvere questo problema	-	CFA
	Orgoglio	(E2) Sono soddisfatto/a della mia risposta a questo problema	-	
	Ansia	(E3) Mi sono fatto/a prendere dall'ansia anche se non era una verifica	+	
	Noia	(E4) Mi sono annoiato/a	+	
	Rabbia/ frustrazione	(E5) Non ne potevo più, era troppo complicato	+	
	Vergogna	(E6) Mi vergogno di dire che non sono riuscito/a a risolvere il problema o che penso di aver fatto degli errori	+	
	Sconforto/ disperazione	(E7) Dopo tutto questo sforzo, non sono neanche sicuro/a di aver capito	+	
Considerazioni personali				
	Impegno	(CP1) Dovrei esercitarmi di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP2) Non sono abbastanza preparato/a per risolvere questo problema	+	
		(CP3) Dovrei studiare meglio o di più per risolvere problemi come questo	+	
		(CP4) Non ho studiato gli argomenti oggetto del problema	+	
	Sicurezza	(CP5) Il problema mi è sembrato facile perché sono bravo/a in matematica	-	
		(CP6) Ho studiato tutto quello che serve per risolvere questo problema	-	
		(CP7) Ho delle lacune di base che mi hanno portato ad avere difficoltà nella risoluzione del problema	+	
		(CP8) Non so fare questo tipo di problemi	+	
		(Cp9) Ho delle difficoltà con i problemi su questi argomenti	+	

Strategie risolutive				
	Argomentaz.	(SR1) Ho fatto fatica a spiegare il mio ragionamento	+	Non applicabile
	Calcoli	(SR2) I calcoli erano complicati	+	Non applicabile
		(SR3) Il problema era difficile perché c'erano molti calcoli da svolgere	+	Non applicabile
	Conoscenze	(SR4) Bastava avere alcune conoscenze di base per risolvere il problema	-	CFA
		(SR5) Era sufficiente conoscere i termini usati nel testo per risolvere il problema	-	CFA
		(SR6) Non avevo le conoscenze per svolgere il problema	+	
		(SR7) Il problema era difficile perché richiedeva la conoscenza di molti argomenti	+	
	Esempi	(SR8) Bastava fare qualche esempio per trovare la risposta	-	CFA
	Procedimento	(SR9) Il procedimento per risolvere il problema era chiaro e semplice	-	Non applicabile
		(SR10) Non mi è venuto in mente un metodo per risolverlo	+	Non applicabile
		(SR11) Bisognava svolgere tanti passaggi complessi per trovare la risposta	+	Non applicabile
	Ragionamento	(SR12) Bisognava ragionare molto per arrivare alla risposta	+	
Formulazione del problema				
	Elementi non testuali	(F1) La figura mi ha confuso	+	Non applicabile
	Testo	(F2) Le richieste erano brevi e semplici	-	
		(F3) Era difficile capire il testo	+	
		(F4) Le incognite presenti nel testo mi hanno confuso	+	Non applicabile
		(F5) I termini presenti nel testo non erano chiari per me	+	

	Tipologia domanda	(F6) Avere delle opzioni di risposta tra cui scegliere mi ha facilitato	-	Affidabilità
		(F7) Il problema era semplice perché non ho dovuto riportare e spiegare il mio ragionamento	-	Affidabilità

Appendice F

Si riporta la tabella dei Confronti Post Hoc relativi all'interazione Quesito*Macrocategoria, analizzata nel paragrafo 6.7.2.

Confronti Post Hoc - Quesito ✻ Macrocategoria

Confronto					Differenza Media	SE	gdl	t	$P_{bonferroni}$
Quesito	Macrocategoria		Quesito	Macrocategoria					
Q1	Capacità ed esperienze	-	Q1	Emozioni	0.00902	0.0242	395	0.3720	1.000
		-	Q1	Considerazioni personali	-0.06141	0.0241	395	-2.5526	1.000
		-	Q1	Strategie risolutive	0.24875	0.0231	395	10.7898	<.001
		-	Q1	Formulazione del quesito	0.37076	0.0275	395	13.4940	<.001
		-	Q2	Capacità ed esperienze	0.28535	0.0345	395	8.2710	<.001
		-	Q2	Emozioni	0.18494	0.0352	395	5.2603	<.001
		-	Q2	Considerazioni personali	0.12322	0.0323	395	3.8106	0.031
		-	Q2	Strategie risolutive	0.39441	0.0345	395	11.4381	<.001
		-	Q2	Formulazione del quesito	0.52122	0.0361	395	14.4342	<.001
		-	Q3	Capacità ed esperienze	0.37139	0.0346	395	10.7315	<.001
		-	Q3	Emozioni	0.33405	0.0348	395	9.5928	<.001
		-	Q3	Considerazioni personali	0.31149	0.0331	395	9.4204	<.001
		-	Q3	Strategie risolutive	0.49675	0.0352	395	14.0993	<.001
		-	Q3	Formulazione del quesito	0.55910	0.0384	395	14.5521	<.001
		-	Q4	Capacità ed esperienze	0.02597	0.0369	395	0.7038	1.000
		-	Q4	Emozioni	0.23882	0.0345	395	6.9317	<.001
		-	Q4	Considerazioni personali	-0.03335	0.0366	395	-0.9120	1.000
		-	Q4	Strategie risolutive	0.14496	0.0410	395	3.5318	0.088
		-	Q4	Formulazione del quesito	0.56121	0.0385	395	14.5879	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito * Macrocategoria

Emozioni	-	**Q1**	**Considerazioni personali**	-0.07043	0.0254	395	-2.7722	1.000
	-	**Q1**	**Strategie risolutive**	0.23973	0.0256	395	9.3786	<.001
	-	**Q1**	**Formulazione del quesito**	0.36174	0.0316	395	11.4621	<.001
	-	**Q2**	**Capacità ed esperienze**	0.27633	0.0342	395	8.0887	<.001
	-	**Q2**	**Emozioni**	0.17593	0.0271	395	6.4986	<.001
	-	**Q2**	**Considerazioni personali**	0.11420	0.0324	395	3.5263	0.089
	-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.38540	0.0341	395	11.3073	<.001
	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.51221	0.0357	395	14.3499	<.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	0.36237	0.0360	395	10.0671	<.001
	-	**Q3**	**Emozioni**	0.32504	0.0304	395	10.7035	<.001
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	0.30247	0.0341	395	8.8744	<.001
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.48773	0.0347	395	14.0554	<.001
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.55008	0.0382	395	14.4101	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	0.01696	0.0375	395	0.4526	1.000
	-	**Q4**	**Emozioni**	0.22980	0.0298	395	7.7063	<.001
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.04237	0.0359	395	-1.1787	1.000
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	0.13594	0.0404	395	3.3659	0.159
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.55219	0.0385	395	14.3559	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito ✻ Macrocategoria

Considerazioni personali	-	**Q1**	**Strategie risolutive**	0.31016	0.0240	395	12.9255	<.001
	-	**Q1**	**Formulazione del quesito**	0.43217	0.0314	395	13.7582	<.001
	-	**Q2**	**Capacità ed esperienze**	0.34676	0.0348	395	9.9696	<.001
	-	**Q2**	**Emozioni**	0.24635	0.0339	395	7.2635	<.001
	-	**Q2**	**Considerazioni personali**	0.18462	0.0280	395	6.5899	<.001
	-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.45582	0.0337	395	13.5172	<.001
	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.58263	0.0374	395	15.5612	<.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	0.43280	0.0342	395	12.6732	<.001
	-	**Q3**	**Emozioni**	0.39546	0.0333	395	11.8631	<.001
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	0.37290	0.0291	395	12.8204	<.001
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.55816	0.0350	395	15.9635	<.001
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.62051	0.0394	395	15.7612	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	0.08738	0.0365	395	2.3925	1.000
	-	**Q4**	**Emozioni**	0.30022	0.0342	395	8.7713	<.001
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	0.02806	0.0320	395	0.8759	1.000
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	0.20637	0.0403	395	5.1145	<.001
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.62262	0.0393	395	15.8414	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito * Macrocategoria

Strategie risolutive	-	**Q1**	**Formulazione del quesito**	0.12201	0.0254	395	4.8128	<.001
	-	**Q2**	**Capacità ed esperienze**	0.03660	0.0341	395	1.0725	1.000
	-	**Q2**	**Emozioni**	-0.06380	0.0334	395	-1.9125	1.000
	-	**Q2**	**Considerazioni personali**	-0.12553	0.0324	395	-3.8793	0.023
	-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.14566	0.0321	395	4.5347	0.001
	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.27247	0.0341	395	7.9906	<.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	0.12264	0.0331	395	3.7060	0.046
	-	**Q3**	**Emozioni**	0.08531	0.0323	395	2.6396	1.000
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	0.06274	0.0325	395	1.9316	1.000
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.24800	0.0324	395	7.6529	<.001
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.31035	0.0361	395	8.6086	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.22278	0.0362	395	-6.1459	<.001
	-	**Q4**	**Emozioni**	-0.00993	0.0335	395	-0.2965	1.000
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.28210	0.0358	395	-7.8870	<.001
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.10379	0.0386	395	-2.6875	1.000
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.31246	0.0362	395	8.6352	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito * Macrocategoria

Formulazione del quesito	-	**Q2**	**Capacità ed esperienze**	-0.08541	0.0333	395	-2.5630	1.000
	-	**Q2**	**Emozioni**	-0.18582	0.0357	395	-5.2034	<.001
	-	**Q2**	**Considerazioni personali**	-0.24754	0.0342	395	-7.2447	<.001
	-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.02365	0.0321	395	0.7370	1.000
	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.15046	0.0326	395	4.6110	0.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	6.31e-4	0.0344	395	0.0183	1.000
	-	**Q3**	**Emozioni**	-0.03671	0.0350	395	-1.0495	1.000
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	-0.05927	0.0354	395	-1.6726	1.000
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.12599	0.0343	395	3.6738	0.052
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.18834	0.0357	395	5.2763	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.34479	0.0378	395	-9.1220	<.001
	-	**Q4**	**Emozioni**	-0.13194	0.0371	395	-3.5541	0.081
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.40411	0.0394	395	-10.2623	<.001
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.22580	0.0421	395	-5.3605	<.001
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.19045	0.0358	395	5.3134	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito * Macrocategoria

Q2	**Capacità ed esperienze**	-	**Q2**	**Emozioni**	-0.10041	0.0244	395	-4.1161	0.009
		-	**Q2**	**Considerazioni personali**	-0.16214	0.0237	395	-6.8529	<.001
		-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.10906	0.0209	395	5.2193	<.001
		-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.23587	0.0237	395	9.9604	<.001
		-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	0.08604	0.0345	395	2.4917	1.000
		-	**Q3**	**Emozioni**	0.04870	0.0350	395	1.3910	1.000
		-	**Q3**	**Considerazioni personali**	0.02613	0.0352	395	0.7414	1.000
		-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.21139	0.0336	395	6.2834	<.001
		-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.27375	0.0340	395	8.0539	<.001
		-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.25938	0.0390	395	-6.6486	<.001
		-	**Q4**	**Emozioni**	-0.04654	0.0360	395	-1.2928	1.000
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.31870	0.0382	395	-8.3494	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.14039	0.0408	395	-3.4383	0.123
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.27585	0.0344	395	8.0185	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito ✻ Macrocategoria

Emozioni	-	**Q2**	**Considerazioni personali**	-0.06173	0.0269	395	-2.2961	1.000
	-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.20947	0.0258	395	8.1066	<.001
	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.33628	0.0283	395	11.8820	<.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	0.18645	0.0355	395	5.2458	<.001
	-	**Q3**	**Emozioni**	0.14911	0.0292	395	5.1002	<.001
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	0.12654	0.0351	395	3.6054	0.067
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.31180	0.0342	395	9.1147	<.001
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.37416	0.0354	395	10.5739	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.15897	0.0388	395	-4.0922	0.010
	-	**Q4**	**Emozioni**	0.05387	0.0309	395	1.7412	1.000
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.21829	0.0381	395	-5.7331	<.001
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.03998	0.0411	395	-0.9729	1.000
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.37626	0.0357	395	10.5330	<.001
Considerazioni personali	-	**Q2**	**Strategie risolutive**	0.27120	0.0233	395	11.6502	<.001
	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.39801	0.0301	395	13.2204	<.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	0.24818	0.0348	395	7.1399	<.001
	-	**Q3**	**Emozioni**	0.21084	0.0345	395	6.1095	<.001
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	0.18827	0.0291	395	6.4798	<.001
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.37353	0.0343	395	10.8999	<.001
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.43589	0.0371	395	11.7522	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.09724	0.0391	395	-2.4873	1.000
	-	**Q4**	**Emozioni**	0.11560	0.0360	395	3.2128	0.270
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.15657	0.0336	395	-4.6646	<.001
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	0.02175	0.0407	395	0.5347	1.000
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.43799	0.0375	395	11.6724	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito ✻ Macrocategoria

Strategie risolutive	-	**Q2**	**Formulazione del quesito**	0.12681	0.0251	395	5.0452	<.001
	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	-0.02302	0.0334	395	-0.6892	1.000
	-	**Q3**	**Emozioni**	-0.06036	0.0327	395	-1.8456	1.000
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	-0.08293	0.0326	395	-2.5475	1.000
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.10233	0.0306	395	3.3459	0.171
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.16469	0.0319	395	5.1663	<.001
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.36844	0.0389	395	-9.4690	<.001
	-	**Q4**	**Emozioni**	-0.15560	0.0361	395	-4.3071	0.004
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.42776	0.0373	395	-11.4536	<.001
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.24945	0.0381	395	-6.5410	<.001
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.16679	0.0318	395	5.2462	<.001
Formulazione del quesito	-	**Q3**	**Capacità ed esperienze**	-0.14983	0.0345	395	-4.3421	0.003
	-	**Q3**	**Emozioni**	-0.18717	0.0342	395	-5.4765	<.001
	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	-0.20974	0.0359	395	-5.8429	<.001
	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	-0.02448	0.0319	395	-0.7667	1.000
	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.03788	0.0308	395	1.2304	1.000
	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.49525	0.0391	395	-12.6695	<.001
	-	**Q4**	**Emozioni**	-0.28241	0.0360	395	-7.8411	<.001
	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.55457	0.0390	395	-14.2057	<.001
	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.37626	0.0385	395	-9.7739	<.001
	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.03998	0.0317	395	1.2616	1.000

Confronti Post Hoc - Quesito * Macrocategoria

Q3	**Capacità ed esperienze**	-	**Q3**	**Emozioni**	-0.03734	0.0226	395	-1.6555	1.000
		-	**Q3**	**Considerazioni personali**	-0.05990	0.0227	395	-2.6337	1.000
		-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.12536	0.0201	395	6.2471	<.001
		-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.18771	0.0262	395	7.1654	<.001
		-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.34542	0.0379	395	-9.1201	<.001
		-	**Q4**	**Emozioni**	-0.13258	0.0345	395	-3.8469	0.026
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.40474	0.0364	395	-11.1189	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.22643	0.0400	395	-5.6660	<.001
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.18981	0.0273	395	6.9614	<.001
	Emozioni	-	**Q3**	**Considerazioni personali**	-0.02257	0.0245	395	-0.9225	1.000
		-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.16269	0.0243	395	6.7024	<.001
		-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.22505	0.0294	395	7.6659	<.001
		-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.30808	0.0373	395	-8.2539	<.001
		-	**Q4**	**Emozioni**	-0.09524	0.0283	395	-3.3660	0.159
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.36740	0.0354	395	-10.3929	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.18909	0.0388	395	-4.8780	<.001
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.22715	0.0306	395	7.4142	<.001
	Considerazioni personali	-	**Q3**	**Strategie risolutive**	0.18526	0.0231	395	8.0329	<.001
		-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.24762	0.0310	395	7.9819	<.001
		-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.28551	0.0382	395	-7.4744	<.001
		-	**Q4**	**Emozioni**	-0.07267	0.0340	395	-2.1372	1.000
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.34484	0.0327	395	-10.5358	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.16653	0.0396	395	-4.2104	0.006
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.24972	0.0323	395	7.7274	<.001

Confronti Post Hoc - Quesito * Macrocategoria

	Strategie risolutive	-	**Q3**	**Formulazione del quesito**	0.06235	0.0228	395	2.7396	1.000
		-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.47077	0.0385	395	-12.2356	<.001
		-	**Q4**	**Emozioni**	-0.25793	0.0346	395	-7.4538	<.001
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.53010	0.0368	395	-14.4027	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.35179	0.0374	395	-9.4072	<.001
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.06446	0.0238	395	2.7110	1.000
	Formulazione del quesito	-	**Q4**	**Capacità ed esperienze**	-0.53313	0.0415	395	-12.8437	<.001
		-	**Q4**	**Emozioni**	-0.32029	0.0373	395	-8.5832	<.001
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.59245	0.0417	395	-14.2067	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.41414	0.0404	395	-10.2468	<.001
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.00210	0.0101	395	0.2093	1.000
Q4	**Capacità ed esperienze**	-	**Q4**	**Emozioni**	0.21284	0.0254	395	8.3740	<.001
		-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.05932	0.0229	395	-2.5899	1.000
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	0.11899	0.0284	395	4.1898	0.007
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.53523	0.0418	395	12.7963	<.001
	Emozioni	-	**Q4**	**Considerazioni personali**	-0.27217	0.0270	395	-10.0914	<.001
		-	**Q4**	**Strategie risolutive**	-0.09386	0.0308	395	-3.0485	0.466
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.32239	0.0380	395	8.4751	<.001
	Considerazioni personali	-	**Q4**	**Strategie risolutive**	0.17831	0.0279	395	6.3908	<.001
		-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.59456	0.0420	395	14.1690	<.001
	Strategie risolutive	-	**Q4**	**Formulazione del quesito**	0.41625	0.0404	395	10.2952	<.001